







$$p^2 + 2pq + q^2 = 1$$



SOMSO

$$\chi^2 = \sum (b - e)^2 / e$$

$$3/4 \times 3/4 = 9/16$$

10.10

Mendel neu entdeckt:
Kreuzungen mit Erbsen

Impressum:

**Titel: Mendel neu entdeckt: Kreuzungen mit Erbsen
(Pisum sativum)**

Arbeitshilfe Nr. 10.10

Verfasser: Ingo Mennerich

Abbildungen: Verfasser, SOMSO

Herausgeber: Landeshauptstadt Hannover
Fachbereich Bibliothek und Schule
Schulbiologiezentrum
Vinnhorster Weg 2
30419 Hannover
Tel: 0511/168-47665
Fax: 0511/168-47352
E-Mail: schulbiologiezentrum@hannover-stadt.de
Internet: www.schulbiologiezentrum.info



Inhalt

Vorwort.....	4
Mendel kannte keine Chromsomen und kaum einer kannte Mendel.....	5
Mendels erste Kreuzungsversuche	5
Hinweise zu den Bezeichnungen der von Mendel betrachteten Gene	6
Kennzeichen der Erbse (<i>Pisum sativum</i>).....	7
Erbsen als ideales Objekt für Kreuzungen.....	7
Besonderheiten der Erbsenblüte.....	7
Vorbereitung der Blüte für Kreuzungsexperimente.....	7
Fruchtansatz.....	8
Monohybride, dominant-rezessive Kreuzung.....	8
Monohybrider Erbgang: Kreuzung YY (gelb) x yy (grün).....	8
Rückkreuzung, monohybrider Erbgang.....	9
Monohybrider Erbgang: Kreuzung RR (glatt) x rr (runzelig).....	9
Rückkreuzung, monohybrider Erbgang.....	10
Traumpartner-Spiel I (mit einem Merkmal).....	11
Dihybride, dominant-rezessive Kreuzung.....	12
Multiplikationsregel.....	12
Dihybrider Erbgang: Kreuzung YY (gelb) / RR (glatt) x yy (grün) / rr (runzelig).....	13
Traumpartner-Spiel II (mit zwei Merkmalen).....	14
Statistische Auswertung (Chi-Quadrat-Test).....	16
Züchtung und Populationsgenetik: Herstellung reiner Linien.....	18
Dynamik von Mutationen unter panmiktischen Beziehungen:.....	19
Hardy-Weinberg und die Wahrscheinlichkeit von Allelkombinationen.....	20
Abnahme der Heterozygoten in kleinen Populationen.....	21
Große und kleine Populationen über wenige bzw. viele Generationen betrachtet.....	22
Selbstbefruchtung als Extremfall der Inzucht (Autogamie).....	23
Simulationsspiel Inzucht.....	24
Anhang: Vorlagen für Schilder „Kreuzungsschemata mono- und dihybrider Erbgang Erbse“.....	25

Vorwort

Im Darwin-Jahr 2009 sollte ein Zeitgenosse des großen Evolutionstheoretikers nicht vergessen werden: Johan Mendel, der sich als Mönch den Namen „Gregor“ gab und der von der damaligen Wissenschaft kaum wahrgenommen systematische Kreuzungen an Erbsen vornahm und mit den Ergebnissen seiner Versuche, ohne es voraussehen zu können, die Grundlage der Chromosomentheorie der Vererbung lieferte.

Das Schulbiologiezentrum Hannover bietet seit vielen Jahren ein breites Angebot zur Mendel-Genetik. Genannt seien hier die Kreuzungen von fünf Labormausstämmen, die Kreuzungen mit der Fruchtfliege *Drosophila* und die „bunten“ Maisvarietäten bei denen man das Ergebnisse tausender Kreuzungen an einem Kolben auszählen kann.

Das klassische Mendelobjekt, die Erbse wird seit der EXPO 2000 im Themengarten „Genetik, Evolution und Züchtung“ in Varitäten angebaut die grundsätzlich – wie auch im Schulgarten - von Schülern gekreuzt werden können.

Mit dieser Arbeitshilfe ergänzen wir die Reihe „Mendel neu entdeckt“ und stellen zugleich neues ausleihbares Arbeitsmaterial vor: Gelbe, grüne, glatte und runzelige Erbsen zum Auszählen zeigen die „klassischen“ Aufspaltungsverhältnisse in mono- und dihybriden Erbgängen. Sie lassen sich zu Haufen sortieren und in Punnet-Schemata eintragen. Mendel Genetik hat viel mit Mathematik zu tun, die hier praxisbezogen und anschaulich zur Anwendung kommt. Die Auftrittswahrscheinlichkeiten möglicher Allel-Kombinationen lassen sich mit der Additions- und Multiplikationsregel berechnen und die statistische Auswertung der Ergebnisse kann mit der Chi-Quadrat-Analyse auf ihre Aussagekraft geprüft werden.

Dabei kommt der Spaß nicht zu kurz: Im „Traumpartner-Spiel“ kann beim Werfen mit Münzen nachvollzogen werden, dass sich die scheinbar starren Ergebnisse wie sie sich in Punnet-Schemata präsentieren nur bei wirklich zahlreichen Ereignissen so ideal einstellen.

Kombinationsquadrate sollten sich aus der Theorie der Verteilungswahrscheinlichkeiten heraus entwickeln. Wir stellen Keim- und Körperzellen mit kleinen und großen Petrischalen dar und lassen die Schüler diese zu einem großen Punnet-Schema zusammenstellen. Jede Schale enthält eine haploide bzw. eine diploide Allelkombination die ihr einen eindeutigen Platz im Schema zuweist.

Das Auszählen der verschiedenen gefärbten und geformten Erbsen gelingt leichter als bei Maiskolben bei denen oft schwer zu entscheiden ist, um welchen Typ Samen es sich handelt oder bei denen durch Alterungsprozesse sich die Samen so verändern, dass falsche Zuordnungen gemacht werden. Von Vorteil ist darüber hinaus, dass das Untersuchungsmaterial ohne großen Kostenaufwand aus Saatgut oder aus Trockenerbsen selbst hergestellt werden kann.

Die Erbsen-Genetik hat eine lange und wechselvolle Geschichte hinter sich. Dadurch ist die Nomenklatur der hinter den von Mendel beobachtbaren Merkmalen stehenden Genen sehr unterschiedlich. Wir haben uns – um Verwirrung zu vermeiden – an die klassische, in den meisten Lehrbüchern abgedruckte Bezeichnungen „Y“ (y) und „R“ (r) gehalten.

Ingo Mennerich, März 2009



Mendel kannte keine Chromsomen und kaum einer kannte Mendel...

Johann Gregor Mendel wurde 1822 in Heinzendorf, damals im schlesischen Teil von Österreich, heute Tschechien geboren, entstammte einer armen Kleinbauernfamilie, die dem intelligenten Jungen nur unter Verzicht den Besuch des Gymnasiums und der philosophischen Fakultät zu ermöglichen konnten.

Als 22jähriger trat er ins Augustinerkloster in Altbrunn ein, kümmerte sich um den Klostergarten und das Herbarium, fiel durch die Lehramtsprüfung und wurde von weitsichtigen Menschen zum Studium der Physik und Botanik nach Wien geschickt. 1857 begann er Erbsen zu züchten und systematisch miteinander zu kreuzen. 1866 veröffentlichte er seine Ergebnisse in der naturforschenden Gesellschaft in Brunn, wurde aber in der wissenschaftlichen Gemeinde kaum wahrgenommen.

Mendel starb 1882, 61jährig ohne je die Anerkennung seines Werks erfahren zu haben.

Mendels systematisches Kreuzen war der Wissenschaftlichen Elite des 19. Jahrhunderts zu trivial und unspektakulär, seine aus Zahlen bestehenden Arbeitsergebnisse vielen zu langweilig, manchen zu hoch. Vielleicht war es auch so wie im Falle des türkischen Astronomen bei Saint-Exupery, der die Entdeckung des Planeten auf dem der „Kleine Prinz“ wohnte erst glaubhaft machen konnte, als er im (westlichen) Anzug vor das wissenschaftliche Forum trat. Vielleicht war es sein die Öffentlichkeit scheuendes mönchisches Wesen. Vielleicht war es auch einfach der Mangel an publizistischen Möglichkeiten. Mendel hätte er eine Revolution lostreten können. Nur: Er war seiner Zeit weit voraus. Man beschäftigte sich mit Darwin

Fast 40 Jahre später, 18 Jahre nach seinem Tod erkannte man das Genie des

Augustinermönchs. Unabhängig voneinander entdeckten Hugo de Vries, Carl Correns und Erich von Schermark die Leistung Mendels...

Mendels erste Kreuzungsversuche

Mendel, vielleicht auch bereits andere vor ihm, erkannte dass die Erbse wie kaum eine andere Pflanze für Kreuzungsexperimente geeignet war. Erbsen auf einem Beet kreuzen nämlich nicht aus, sondern bleiben sortenrein. Man kann zwei Erbsensorten in Mischkultur auf einem Beet ziehen ohne dass sie sich genetisch beeinflussen. Ganz anders als Mais: Biologisch gezogener Mais ist heute stets vom Anflug der Pollen gentechnisch veränderter Sorten und damit von Auskreuzungen bedroht. Nicht dagegen die Erbse. Das liegt darin, dass die Blüten der Erbsen sich in unseren einer Fremdbestäubung weitestgehend entziehen. Sie bestäuben und befruchten sich in der Regel selbst. Nur mit einem Trick kann man die Erbse „überlisten“ sich genetisches Material anderer Sorten einzuverleiben.

Mendel kreuzte zunächst rosa und weißblühende Erbsen mit dem Ergebnis, dass alle Nachkommen rosa Blüten hatten. Diese Nachkommen, die erste Filialgeneration (F1) kreuzte er untereinander weiter mit dem Ergebnis, dass in der zweiten Filialgeneration (F2) Pflanzen mit rosa und mit weißen Blüten entstanden. Das Zahlenverhältnis 705 rosa : 224 weiß, ergab ein Verhältnis von 3.15:1.

Mendel untersuchte andere Merkmale der Erbse

P	F1	F2	Ratio
Glatte x runzelige Samen	glatt	5474 : 1850	2.96 : 1
Gelbe x grüne Samen	gelb	6022:2001	3.01 : 1
Aufgeblasene x eingeengte Hülsen	aufgeblasen	705:224	3.15 : 1
Grüne x gelbe Hülsen	grüne Hülsen	428:152	2.82 : 1
Achsel- x endständige Blüten	achselständige Blüten	651:207	3.14 : 1
Lange x kurze Stängel	lange Stängel	787:277	2.84 : 1



Diese Ergebnisse waren in einer Zeit in der Wissenschaftler an die Vermischung von Eigenschaften glaubten eine Revolution, überprangen Eigenschaften doch eine Generation um wieder aufzutauchen.

Mendels Folgerung daraus war, dass väterliche und mütterliche Anlagen unabhängig voneinander weitergegeben werden.

Mendel sprach von „Anlagen“. Die cytologischen Grundlagen der Vererbung waren der Zeit unbekannt. Der Begriff „Gen“ wurde erst viel später geprägt und noch viel später wurden die Gene auf den Chromosomen verortet.

Hinweise zu den Bezeichnungen der von Mendel betrachteten Gene

In den meisten Lehr- und Schulbüchern wird das Gen „Y“ für die Farbe der Erbsensamen verantwortlich gemacht, wobei YY und Yy für gelb und yy für grün steht. Die Form und Oberflächenbeschaffenheit wird in der Regel mit dem Gen „R“ (glatt) und „r“ (runzelig) in Verbindung gebracht. Hier steht RR und Rr für „glatt“ und rr für „runzelig“.

Diese Bezeichnung „Y“ (Yellow) ist heute in der Erbsen-Genetik nicht mehr gültig und die genetischen Ursachen der Samenfarbe komplexer als in Schulbüchern dargestellt. Beim Gen „R“ (rugosus) hat man in jüngster Zeit ein mitwirkendes zweites, „rb“ genanntes Gen gefunden. Alles in allem ist der genetische Hintergrund der Mendel-Experimente noch lange nicht so gut aufgeklärt wie es beispielsweise bei Labormäusen, Mais oder der Drosophila der Fall ist. Derzeit gibt es unter den 7 von Mendel betrachteten Merkmalspaaren nur drei halbwegs aufgeklärte genetisch-biochemische Pfade: Die Farbe der Samen, die Oberfläche/Form der Samen und die Wuchshöhe.

Vor etwa 70 Jahren wurden rezessive gelbe Erbsensorten entdeckt (Goldkönig) und die Entstehung der Samenfarbe mittels dreier Genloci erklärt, Y, G und I. Die gelbe Farbe der Erbsen wird durch die durch die durch die halbtransparente Samenschale durchscheinende Farbe der Kotyledonen (Keimblätter) bestimmt und nicht, wie Mendel noch annahm, durch das Endosperm. Verantwortlich ist nach heutiger Erkenntnis das Gen „I“ (auf dem Chromosom I) und einem zweiten epistatisch wirkenden Gen „O“ (früher als „G“ bezeichnet) zurückzuführen sein das den Abbau von Chlorophyll steuert. Grüne Erbsen sind Erbsen, bei denen der natürliche Abbau des Chlorophylls bei der Reifung unterbleibt.

Nach Ansicht einiger Autoren ist hier ein spezielles, „sgr“-Gen (stay-green) verantwortlich, wahrscheinlich ist nach Ansicht anderer Autoren, dass das „sgr“-Gen mit dem „I“-Gen identisch ist.

Das Annahme eines Y-Gens gilt heute als überholt. (Pisum News Letter, Bd. 21).

Das „R“ (rugosus) Gen (und sein Mitspieler rb) steuern die Stärkesynthese (debranching enzyme). Rugose (runzelige) Samen enthalten überdurchschnittlich viel verzuckerte und damit wasserlöslich gewordene Stärke. Beim Trocknen fällt der Samen in sich zusammen.

In dieser Darstellung möchten wir um unnötige Verwirrung dennoch bei der traditionellen Darstellung bleiben, aber darauf hinweisen, dass in einigen Lehrbüchern und Aufsätzen statt „Y“ auch „Y(I)“ oder einfach nur „I“ gebraucht wird.

Kennzeichen der Erbse (Pisum sativum)

Die Gattung Pisum gehört in die Familie der Fabaceae und umfasst je nach Sichtweise 3 bis 6 Arten die mehrheitlich im vorderasiatischen Raum beheimatet sind. Dazu gehören die zu Futterzwecken angebaute Felderbse *Pisum arvense* und die „Speiseerbse“ *Pisum sativum*. Die Art „sativum“ existiert in mehreren Unterarten zu denen einige Autoren auch die anderswo als eigene Art „arvense“ zählen.

Die heutigen vielfältigen Kultursorten sind ähnlich wie die viele Getreidearten mit der sich aus dem Nahen Osten nach Europa ausbreitenden Ackerbauernkultur aus Wildformen entstanden. *Pisum sativum* hat einen Chromosomensatz von $2n = 14$. Hinter den im Zusammenhang mit der Mendel-Genetik stehenden Merkmalspaaren „gelb/grün“ und „glatt/runzelig“ stehen unabhängig vererbte, weil auf verschiedenen Chromosomen (1 bzw. 5) lokalisierte Gene.

Pisum sativum ist eine krautige, einjährige bis in gemäßigten Lagen auch winteranuelle Pflanze die in Deutschland im Frühjahr ausgesät wird.



Erbsen als ideales Objekt für Kreuzungen

Erbsen sind ideale Pflanzen um die Vererbbarkeit von Merkmalen nachzuvollziehen. Sie sind unter normalen Umständen nahezu ausschließlich Selbstbestäuber was bedeutet, dass eine unkontrollierte Bestäubung mit „fremden“ Genen praktisch nicht stattfindet. Erbsen kreuzen nicht aus, anders als zum Beispiel der im Hinblick auf die „grüne Gentechnik“ kontrovers diskutierte windblütige Mais oder der stark duftende, für viele Insekten „offenen“ Raps. „Bio-Erbsen“ könnten mit „Gen-Erbsen“ in Mischkultur gesät werden ohne dass es zur Übertragung von Genen kommt.

Nur durch eine spezielle Vorbereitung lässt sich an der Erbsenblüte eine Fremdbefruchtung vornehmen. Das hat mit dem Bau und der Funktion der Blüte zu tun die daher etwas näher betrachtet werden sollen:

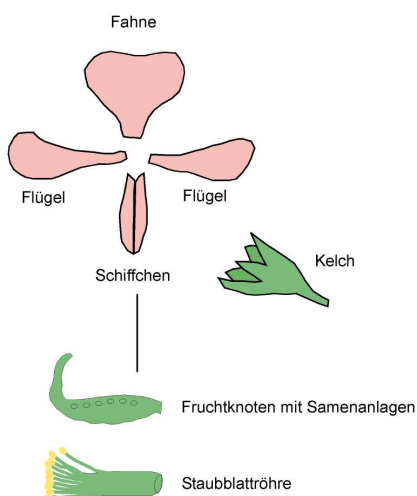


Besonderheiten der Erbsenblüte

Bau und Funktion der Erbsenblüte zeigen im Schulbiologiezentrum Hannover ausleihbare Modelle (hier abgebildet von SOMSO) oder besser noch die im Frühjahr blühenden Pflanzen selbst. Die Erbse wurde früher zur Familie der „Schmetterlingsblütler“ oder Papilionaceae gezählt. Nicht ganz geklärt ist, ob sich der Begriff „Schmetterling“ auf die Form der Blüte oder auf die auf diese Familie spezialisierten Bestäuber meint.

Die 1,5 bis 4 cm langen gestielten, weißen und stark duftenden Blüten stehen in ein bis dreiblütigen Trauben zumeist in den Achseln der Blätter. Der glockenförmige Kelch besteht aus 5 Kelchblättern. Die Krone ist fünfzählig und bilateralsymmetrisch. Der oberste Teil wird von der verkehrt eiförmigen, grünlich bis purpurn geaderten „Fahne“ gebildet. Seitlich schließen sich die beiden seitlich abstehenden „Flügel“ an. Der untere Teil wird vom nach vorne zeigenden „Schiffchen“ gebildet, dass aus zwei zu einer nach oben offenen Röhre zusammengewachsenen Blütenblättern besteht. Im Schiffchen

liegen versteckt die „männlichen“ und „weiblichen“ Geschlechtsorgane der Zwitterblüte: 10 Staubblätter, von denen 9 miteinander verwachsen sind, so wie Narbe, Griffel und Fruchtknoten. Eine Einzelblüte blüht etwa 3 Tage lang und ist „tagaktiv“, besonders in den Vormittags- und Mittagsstunden. Nur dann kommt es, wenn überhaupt, zur Bestäubung und Befruchtung durch Insekten.



Beim Besuch von Insekten hat das Schiffchen die Funktion einer Landebahn. Setzt sich ein an der Basis der Fahne Nektar suchendes Insekt auf das Schiffchen, werden die Staubblätter nach oben aus der halboffenen Röhre herausgedrückt und dem Insekt die Unterseite gedrückt. Da die Blüten zu unterschiedlichen Zeiten reifen kommt es beim Besuch einer weiteren Blüte mit großer Wahrscheinlichkeit zur Fremdbestäubung. Die Erbsenblüte ist etwas vormännlich (protandrisch), ihre Staubgefäße reifen in unseren Breiten in der Regel schon vor dem Abschluss der Blütenentfaltung mit der Folge, dass sich der Pollen zumeist in das Innere der Blüte ergießt und eventuelle Bestäuber „zu spät“ kommen.

Die Vormännlichkeit, ursprünglich ein Mechanismus der gerade die Fremdbestäubung zwischen unterschiedlich weit entwickelten Blüten sichert (vergl. Rosskastanie) blockiert diese bei verzögerter Blütenentfaltung (Anthese). Hierin liegt aber auch der Vorteil einer gesicherten Bestäubung und eines guten Fruchtansatzes.



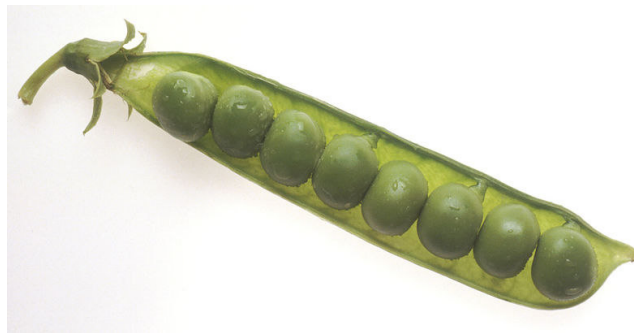
Vorbereitung der Blüte für Kreuzungsexperimente

Um einen vorzeitigen Pollenerguss in die Blüte zu vermeiden und die Narbe damit kontrolliert mit Fremdpollen bestäuben zu können müssen die Staubblätter frühzeitig entnommen werden. Dazu wird das Schiffchen leicht geöffnet und die Staubblätter mit einer spitzen Schere herausgeschnitten. Die so kastrierte Blüte ist nach einigen Tagen empfängsbereit für den mit dem Pinsel aufgetragenen Fremdpollen.

Fruchtansatz

Der oberständige, d.h. vor den Kelchblättern sitzende Fruchtknoten besteht aus einem Fruchtblatt auf denen die Samenanlagen liegen. Die Samenanlagen enthalten je eine Eizelle. Sobald der Pollen auf der Narbe „gekeimt“ ist und der durch den Griffel wachsende Pollenschlauch die Eizelle erreicht hat werden „männliche“ und „weibliche“ Allele der zur diploiden Zygote vereint. Aus ihr und Teilen der Samenanlage entwickelt sich der Samen. Er enthält den Embryo und zwei, mit ihm verbundene stärkehaltige Keimblätter (Kotyledonen) die als Nährgewebe bis zum Eintritt in die selbstständige Photosynthese fungieren. Jeder Samen (also jede Erbse) sitzt mit einem Nabel am Fruchtbatt. Die Hülse, die der Familie der Fabaceae (Schmetterlingsblütler) früher den Namen werden Leguminosen (Hülsenfrüchtler) gaben, unterscheidet sich von der Schote dadurch, dass die Samen nur an einer Seite mit der Fruchtwand verbunden sind. Bei den Schoten der Kreuzblütler (z.B. Raps) sind die Samen alternierend mit der einen und der anderen Seite verbunden.

Erbshülsen beinhalten normalerweise 4 – 10 Samen. Jeder Samen ist das Ergebnis eines individuellen Bestäubungs- und Befruchtungsvorgangs.



Wenn aber eine bestimmte Sorte mit Pollen einer anderen Sorte bestäubt wird sollten alle Samen gleich gestaltet sein. Hier liegt ein wesentlicher Unterschied zum Mais dessen (weibliche) Kolben durch eine Vielzahl von verschiedenen „Vätern“ entstanden sind.

National Cancer Institute Author: Renee Comet, WIKIMEDIA COMMONS

Monohybride, dominant-rezessive Kreuzung (Pflanzen mit gelben Samen und grünen Samen)

Eine einfache Kreuzung zweier reinerbiger (homozygoter) nur in einem Merkmal, der Farbe der Samen (gelb bzw. grün), unterschiedenen Eltern (Parentalgeneration, P) führt zu einer gleichförmigen (uniformen) ersten Tochtergeneration (1. Filialgeneration, F₁). Die Samen dieses Bastards sind nach dem ersten Mendel'schen Gesetz, dem Uniformitätsgesetz, alle gelb.

Werden sie ausgesät und untereinander gekreuzt spaltet die zweite Tochtergeneration im Verhältnis 3 (gelb) : 1 (grün) auf. Das ist der Inhalt des zweiten Mendel'schen Gesetzes, des Spaltungsgesetzes. Ein Drittel der gelbsamigen Nachkommen ist homozygot und gleicht dem, bei diesem Erbgang dominanten gelbsamigen Elter der P-Generation. Zwei Drittel der gelbsamigen Nachkommen sind heterozygot und gleichen der F₁. Ob die im Phänotyp nicht unterscheidbaren gelbsamigen Pflanzen homo- oder heterozygot sind kann nur die Rückkreuzung mit dem rezessiven Elter (P) entscheiden. Ist der gelbsamige Kreuzungspartner homozygot ergibt sind die Nachkommen gelbsamig. Ist der Partner heterozygot, ist das Ergebnis 1 (gelb) : 1 (grün).

Die grünsamigen Pflanzen der F₂ sind homozygot und gleichen dem rezessiven Elter der P-Generation.

Die Kreuzung gelbsamiger, glatter mit gelbsamigen, runzeligen Pflanzen führt zu einem vergleichbaren Ergebnis. Das unterschiedene Merkmal ist die Form der Samen: Die F₁ ist einheitlich glattsamig, die F₂ spaltet im Verhältnis 3 (glatt) : 1 (runzelig) auf.



Die Kombinationswahrscheinlichkeiten beim monohybriden Erbgang veranschaulicht das „Traumpartner-Spiel“ bei dem zwei Spieler mit je einer Münze versuchen herauszufinden, ob der „Traumpartner“ reich oder arm ist.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Münze mit „Kopf“ bzw. „Zahl“ nach oben zu liegen kommt, beträgt 50% ($1/2$).

Die Wahrscheinlichkeit, dass das bei zwei gleichzeitig geworfenen Münzen eintritt ist $1/2 * 1/2 = 1/4$.

Wenn mit 10 Cent Stücken geworfen wird ist der Traumpartner nach der Spielregel sowohl bei „zwei mal Zahl“ als auch bei „Zahl/Tor“ bzw. „Tor/Zahl“, also in $3 \times 1/4$ aller Fälle reich. Nur in $1/4$ der Fälle ist er arm.

Die Wahrscheinlichkeit bestimmter Wurfkombinationen sind berechenbar, zum Beispiel mit der Multiplikationsregel (s.u.).

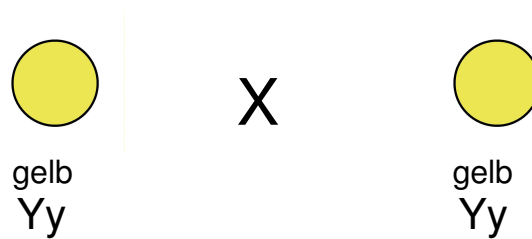
Die Abweichung tatsächlicher Wurfresultate vom erwarteten Wert lässt sich mit dem so genannten Chi-Quadrat-Test messen (s.u.).

Monohybrider Erbgang: Kreuzung YY (gelb) x yy (grün)

P



F1 (1. Mendelsches Gesetz: Uniformitätsregel)



F2 (2. Mendelsches Gesetz: Spaltungsregel)

Keimzellen	Y	y
Y	<p>gelb YY</p>	<p>gelb Yy</p>
y	<p>gelb Yy</p>	<p>grün yy</p>

Ergebnis (phänotypisch) = 3 : 1

- 75 % gelbe Erbsen
- 25% grüne Erbsen

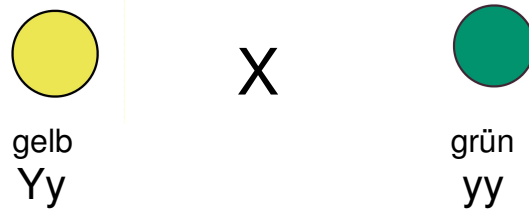
Ergebnis (genotypisch) = 1 : 2 : 1

- 25 % gelbe Erbsen (homozygot)
- 50 % gelbe Erbsen (heterozygot)
- 25% grüne Erbsen (homozygot)



Rückkreuzung, monohybrider Erbgang

P(Rück)



F1(Rück)

Keimzellen	y	y
Y	 gelb Yy	 gelb Yy
y	 grün yy	 grün yy

Im Falle, dass der dominante Kreuzungspartner heterozygot ist (Yy) spaltet die F1(Rück) im Verhältnis 50 : 50 auf. Ist er homozygot (YY), ist die F1(Rück) uniform gelbsamig (Yy).

Ergebnis (phänotypisch und genotypisch) = 1 : 1

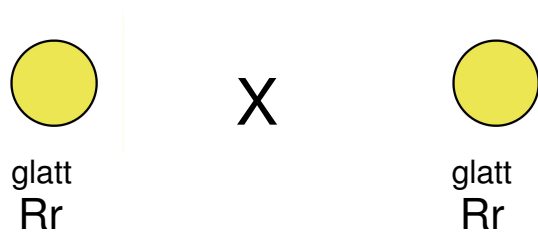
- 50 % gelbe Erbsen (Yy)
- 50 % grüne Erbsen (yy)

Monohybrider Erbgang: Kreuzung RR (glatt) x rr (runzelig)

P



F1 (1. Mendelsches Gesetz: Uniformitätsregel)



F2 (2. Mendelsches Gesetz: Spaltungsregel)

Keimzellen	R	r
R	<p>glatt RR</p>	<p>glatt Rr</p>
r	<p>glatt Rr</p>	<p>runzelig rr</p>

Ergebnis (phänotypisch) = 3 : 1

- 75 % glatte Erbsen
- 25% runzelige Erbsen

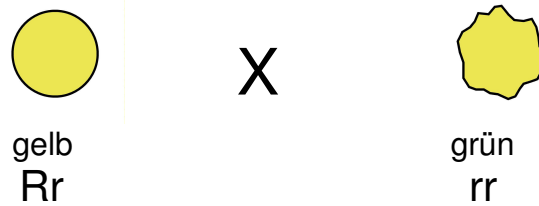
Ergebnis (genotypisch) = 1 : 2 : 1

- 25 % glatte Erbsen (homozygot)
- 50 % glatte Erbsen (heterozygot)
- 25% runzelige Erbsen (homozygot)



Rückkreuzung, monohybrider Erbgang

P(Rück)



F1(Rück)

Keimzellen	r	r
R	 glatt Rr	 glatt Rr
r	 runzelig rr	 runzelig rr

Im Falle, dass der dominante Kreuzungspartner heterozygot ist (Rr) spaltet die F1(Rück) im Verhältnis 50 : 50 auf. Ist er homozygot (RR), sind in der F1(Rück) alle Pflanzen uniform (glatt).

Ergebnis (phänotypisch und genotypisch) = 1 : 1

- 50 % glatte Erbsen (Rr)
- 50 % runzelige Erbsen (rr)

Traumpartner-Spiel I (mit einem Merkmal)





Zwei Partner schauen durch den Wurf von Münzen in ihre „Zukunft“

Geworfen wird gleichzeitig und mindestens 100 mal.

- Die beiden Münzen bestimmen, ob der Traumpartner „reich“ oder „arm“ ist: Zahl heißt „reich“, „Tor“ heißt „arm“.
- Es gilt: „reich“ vor „arm“



Wie groß ist die Chance, dass „er“ oder „sie“ „reich“ oder „arm“ ist?
(In der Tabelle abgestrichene Ergebnisse sind ein Zahlenbeispiel bei 100 Würfeln!)

Partner A \ Partner B		
	(reich) 	(reich)
	(reich) 	(arm)

Ergebnis (ideal) = 3 : 1

Ergebnis der Wurfkombinationen (ideal) = 1 : 2 : 1

- 75 % „reich“
- 25% „arm“
- 25 % „reich“ (Zahl/Zahl)
- 50 % „reich“ (Zahl/Tor)
- 25% „arm“ (Tor/Tor)



Dihybride, dominant-rezessive Kreuzung

(Pflanzen mit gelben, glatten Samen und Pflanzen mit grünen, runzeligen Samen)

Bei der dihybriden Kreuzung geht es um zwei Merkmale (Farbe und Form der Samen) die unabhängig voneinander vererbt werden weil die Anlagen dazu auf verschiedenen Chromosomen liegen die bei der Keimzellbildung (Meiose) unabhängig voneinander weitergegeben werden.

Pflanzen die gelbe, glatte Samen hervorbringen werden mit Pflanzen gekreuzt, die grüne und runzelige Samen erzeugen. Die F1-Generation ist uniform (1. Mendel'sches Gesetz) gelb und glatt. Das deutet darauf hin, dass die Merkmale „gelb“ und „glatt“ dominant, die Merkmale „grün“ und „runzelig“ rezessiv sind. In der F2-Generation spalten diese Merkmale unabhängig voneinander im Verhältnis 9 (gelb, glatt) : 3 (gelb, runzelig) : 3 (grün, glatt) : 1 (grün, runzelig) auf. Dabei entstehen reinerbige (homozygote) Neukombinationen (gelb, runzelig und grün, glatt).

Die zweite Variante des „Traumpartner-Spiels“ entscheidet nicht nur über „reich“ und „arm“ sondern auch über „schön“ und „hässlich“ wobei es – wie im richtigen Leben – natürlich alle Kombinationen gibt. Da die Spielregel aber nur „Entweder/Oder“-Entscheidungen vorsieht wird die überwiegende Zahl der Traumpartner vom Typ „reich und schön“ sein.

Berechnen lassen sich die Kombinationswahrscheinlichkeiten zweier unabhängig voneinander auftretender mit der Multiplikationsregel:

Multiplikationsregel

Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Ereignisse gleichzeitig auftreten ist das Produkt ihrer Einzelwahrscheinlichkeiten.

Beispiel: Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Münze mit „Kopf“ bzw. „Zahl“ nach oben zu liegen kommt, beträgt 50% ($1/2$). Die Wahrscheinlichkeit, dass das bei zwei gleichen (!) und gleichzeitig geworfenen Münzen eintritt ist $1/2 * 1/2 = 1/4$.

Im Falle des „monohybriden“ Traumpartner-Spiels geht es nur um „reich“ oder „arm“

Im Falle der „dihybriden“ Variante geht es um zwei Merkmale: Den Kontostand und das Aussehen. Hier spielen die Partner mit zwei verschiedenen Münzen die je eine Vorder- und eine Rückseite haben. Es gibt also zwei Merkmalspaare: Die Bedeutung von Kopf/Zahl ist abhängig vom Wert der Münzen (siehe Traumpartner-Spiel II).

Die Wahrscheinlichkeit dass der Traumpartner „reich“ ist, ist $3/4$.

Die Wahrscheinlichkeit dass der Traumpartner „schön“ ist, ist $3/4$.

Die Wahrscheinlichkeit dass der Traumpartner „arm“ ist, ist $1/4$.

Die Wahrscheinlichkeit dass der Traumpartner „hässlich“ ist, ist $1/4$.

Daraus folgt:

Die Wahrscheinlichkeit „reich“ und „schön“ beträgt $3/4 \times 3/4 = 9/16$

Die Wahrscheinlichkeit „reich“ und „hässlich“ beträgt $3/4 \times 1/4 = 3/16$

Die Wahrscheinlichkeit „arm“ und „schön“ beträgt $1/4 \times 3/4 = 3/16$

Die Wahrscheinlichkeit „arm“ und „hässlich“ beträgt $1/4 \times 1/4 = 1/16$

Für die dihybride Kreuzung mit Erbsen gilt:

Die Wahrscheinlichkeit dass die Erbse „gelb“ (YY oder Yy) ist $3/4$, da Y dominant ist.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Erbse „glatt“ (RR oder Rr) ist, ist $3/4$, da R dominant ist.

Die Wahrscheinlichkeit grüner Erbsen (yy) ist $1/4$, da y rezessiv ist.

Die Wahrscheinlichkeit runzeliger Erbsen (rr) ist $1/4$, da r rezessiv ist.

Daraus folgt:

Die Wahrscheinlichkeit „gelb“ und „glatt“ beträgt $3/4 \times 3/4 = 9/16$

Die Wahrscheinlichkeit „gelb“ und „runzelig“ beträgt $3/4 \times 1/4 = 3/16$

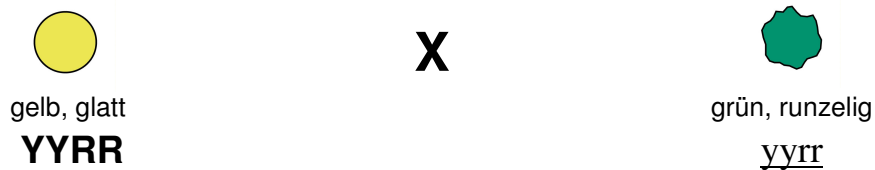
Die Wahrscheinlichkeit „grün“ und „glatt“ beträgt $1/4 \times 3/4 = 3/16$

Die Wahrscheinlichkeit „grün“ und „runzelig“ beträgt $1/4 \times 1/4 = 1/16$

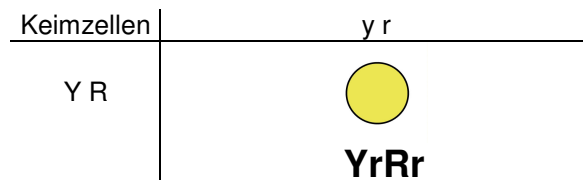


Dihybrider Erbgang: Kreuzung YY (gelb) / RR (glatt) x yy (grün) / rr (runzelig)

















P



F1 (1. Mendelsches Gesetz: Uniformitätsregel)



F2 (3. Mendelsches Gesetz: Neukombination der Gene)

Keimzellen	Y R	Y r	y R	y r
Y R	 gelb, glatt YYRR	 gelb, glatt YYRr	 gelb, glatt YyRR	 gelb, glatt YyRr
Y r	 gelb, glatt YYRr	 gelb, runzelig YYrr	 gelb, glatt YyRr	 gelb, runzelig Yyrr
y R	 gelb, glatt YyRR	 gelb, glatt YyRr	 grün, glatt yyRR	 grün, glatt yyRr
y r	 gelb, glatt YyRr	 gelb, runzelig Yyrr	 grün, glatt yyRr	 grün, runzelig yyrr

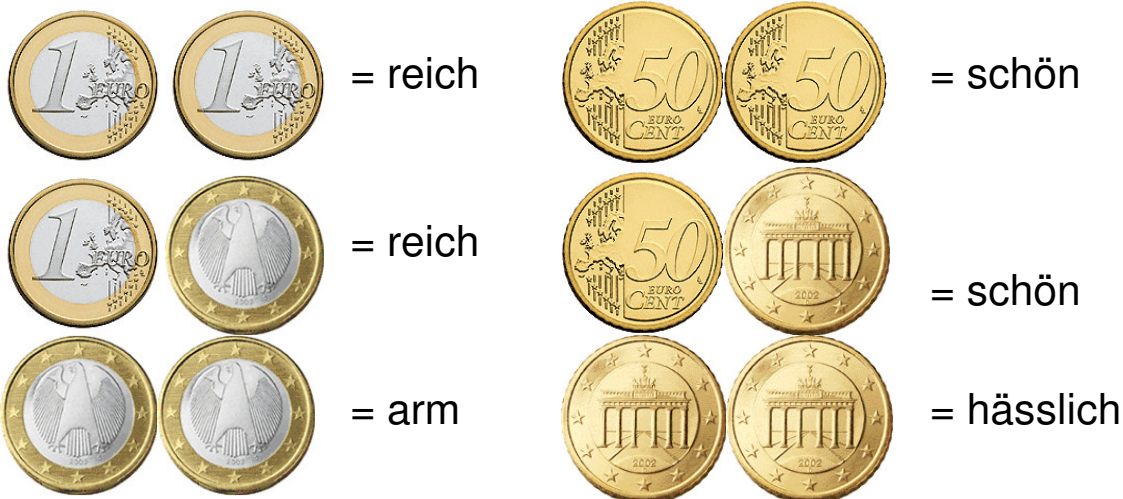


Traumpartner-Spiel II (mit zwei Merkmalen)

Zwei Partner schauen durch Münzenwurf in ihre „Zukunft“.

Geworfen wird mit jeweils zwei Münzen (z.B. einem 1-Euro und einem 50-Cent Stück) gleichzeitig und mindestens 100 mal.

- Die Wurfkombinationen bestimmen, ob der Traumpartner „reich“, „arm“, „schön“ oder „hässlich“ ist:
- Die Euro-Münze bestimmt, ob er oder sie „reich“ oder „arm“ ist:
Zahl heißt „reich“, „Adler“ heißt „arm“.
- Die 50 Cent Münze bestimmt, ob er oder sie „schön“ oder „hässlich“ ist:
Zahl heißt „schön“, Tor heißt „hässlich“.
- Es gilt: „reich“ vor „arm“ und „schön“ vor „hässlich“:



Partner A \ Partner B				
	(reich, schön) 	(reich, schön) 	(reich, schön) 	(reich, schön)
	(reich, schön) 	(arm, schön) 	(reich, schön) 	(arm, schön)
	(reich, schön) 	(reich, schön) 	(reich, hässlich) 	(reich, hässlich)
	(reich, schön) 	(arm, schön) 	(reich, hässlich) 	(arm, hässlich)



Statistische Auswertung (Chi-Quadrat-Test)

Der Chi-Quadrat-Test (χ^2) wird durchgeführt um die Abweichung von den theoretisch erwarteten Ergebnissen (Nullhypothese, H_0) von den tatsächlich beobachteten Werten festzustellen. Hierbei werden nur Zahlen (keine Prozentwerte, Verhältnisse oder ähnliches) ins Verhältnis gesetzt.

Berechne den Chi Quadrat Wert mit folgenden Schritten

1. Subtrahiere in jeder Kategorie den erwarteten Wert (e) von dem beobachteten Wert (b), also $b - e$
2. Quadriere das Ergebnis $(b - e)^2$.
3. Teile die in jeder Kategorie errechneten Quadrate durch den erwarteten Wert $(b - e)^2 / e$
4. Addiere die Werte aller Kategorien $(b - e)^2 / e$. Das ist der Wert Chi-Quadrat (χ^2).

Monohybride Kreuzung: Ausgezählt: 500 Samen

Samen		erwartet (e)	beobachtet (b)	b - e	$(b - e)^2$	$(b - e)^2/e$
gelb	3/4	375	381	+ 6	36	0,096
grün	1/4	125	119	- 6	36	0,288
Σ		500	500			$\chi^2 = 0,384$

Der nächste Schritt der Analyse ist die Feststellung der Freiheitsgrade (df):

Die Zahl der Freiheitsgrade ist die Zahl der Kategorien (violett oder gelb) minus 1, df ist also $(n - 1)$

Bei einer monohybriden dominant-rezessiven Kreuzung mit dem Ergebnis 3 : 1 gibt es $df = (n - 1) = (2 - 1) = 1$ Freiheitsgrad.

Chi-Quadrat Verteilung (Standardtabelle:)

		akzeptieren ◀			▶ zurückweisen		
		0.5	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
p							
df							
1		0.455	2.706	3.841	5.412	6.635	10.827
2		1.386	4.605	5.991	7.824	9.210	13.815
3		2.366	6.251	7.815	9.837	11.345	16.268
4		3.357	7.779	9.488	11.668	13.277	18.465
5		4.351	9.236	11.070	13.388	15.086	20.517

p (probability):
Wahrscheinlichkeit
0,5 = 50%

df: Freiheitsgrade (s.o.)

Der Wert $\chi^2 = 0,384$ ergibt nach der Tabelle bei 1 Freiheitsgrad einen Wert zwischen 0 und 0,455. Das entspricht einer Wahrscheinlichkeit zwischen $p = > 0,5$.

Das heißt, kurz gesagt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Ergebnis bei weiteren Stichproben wiederholt, über 50% liegt. Das Ergebnis liegt deutlich oberhalb von $p = 0,05$ (5%), dem allgemein anerkannten statistischen kritischen „Grenzwert“.

Die Nullhypothese kann also als bestätigt angesehen werden.

Dihybride Kreuzung (ausgezählt 500 Samen)

Im Falle der F2 einer dihybriden Kreuzung (gelb, grün, glatt, runzelig) sollte sich bei einem theoretischen Verhältnis von 9 : 3 : 3 : 1 und 500 ausgezählten Samen folgendes Verhältnis ergeben (Nullhypothese, H_0):

$$500 : 16 = 31,25$$

$$31,25 \times 9 = 281,25$$

$$31,25 \times 3 = 93,75$$

$$31,25 \times 3 = 93,75$$

$$31,25 \times 1 = 31,25$$



Beispiel:

Auszählt werden beispielsweise :
307 gelb/glatt, 85 grün/glatt, 102 gelb/runzelig und 6 grün/runzelige Erbsen.

Auf der Basis dieser Zahlen hieße das Ergebnis:

Samen		erwartet (e)	beobachtet (b)	b - e	(b - e) ²	(b - e) ² /e
gelb / glatt	9/16	281,25	307	+25,75	663,06	2,36
grün / glatt	3/16	93,75	85	- 8,75	76,56	0,82
gelb / runzelig	3/16	93,75	102	+8,25	68,06	0,73
grün / runzelig	1/16	31,25	6	- 25,25	637,56	20,4
Σ		500	500			$\chi^2 = 24,31$

Bei der dihybriden Kreuzung mit 4 Kategorien gibt es $(4 - 1) = 3$ Freiheitsgrade.

Der p-Wert (probability/Wahrscheinlichkeit) wird der Tabelle oben entnommen.
Der gefundene Wert $\chi^2 = 24,31$ führt bei 3 Freiheitsgraden (df) zu $<0,001$. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Ergebnis bei weiteren Proben wiederholt liegt unter 0,1%. Das Ergebnis ist damit zurückzuweisen.

Dieses Ergebnis zeigt, dass man es beim Auszählen nicht bei einer Probe belassen darf.

Züchtung und Populationsgenetik: Herstellung reiner Linien

Die fast ausschließliche Selbstbestäubung ist ein züchterischer Vorteil weil dadurch

- gezielte Kreuzungen möglich sind
- Auskreuzungen vermieden werden
- und erzielten Kreuzungen (Hybriden) stabil bleiben.
- der Grad der Heterozygotie annimmt und dadurch „reine Linien“ entstehen

In kleinen isolierten Populationen, bei Inzucht und im Extremfall der Selbstbefruchtung nimmt die genetische Vielfalt zugunsten von reinerbigen Sorten ab. Eine sich selbst befruchtende Erbse ist eine extrem kleine Population, die nur aus einer Pflanze besteht. Wenn die aus dieser Pflanze hervorgehenden Samen isoliert aufwachsen und nur untereinander weiter gekreuzt werden, werden heterozygote Allele mit jeder Generation abnehmen.

Anbieter von Cannabis-Samen werben weltweit mit „niemals hybridisierten“ durch Inzucht sortenreinem Material. Ein anderes Beispiel sind Labormäuse die über teilweise hunderte von Generationen genetisch isoliert wurden. Solche Inzuchtlinien („inbreds“) sind in Bezug auf das gewünschte Merkmal, z.B. die schwarze Fellfarbe (bei C57Bl) extrem „sortenrein“.

Eine bekannte Folge wiederholter Inzucht ist das relativ gehäufte Auftreten nachteiliger rezessiver Merkmale, etwa der historisch nachvollziehbaren Bluterkrankheit unter Mitgliedern europäischer Fürstenthümer oder Sechsfingrigkeit in einsamen Bergdörfern der Pyrenäen. Die Selbstbefruchtung der Erbse soll hier ein Anlass genommen werden, die Extreme des genetischen Austausches, der Panmixie (jeder mit jedem) auf der einen Seite und die Autogamie (nur mit sich selbst) von der Wahrscheinlichkeit und den Folgen für die Vielfalt des Genpools zu beleuchten. Dieses kann mit Hilfe der Mathematik und mit Hilfe von Simulationen geschehen.

Dynamik von Mutationen unter panmiktischen Beziehungen:**Feuer- und wasserspeiende Drachen**

In einer Population von 50 feuerspeiender Drachen auf einer einsamen Insel tritt unabhängig voneinander zwei mal eine Mutation („wasserspeidend“) auf. Die Drachen merken nichts davon und speien weiterhin Feuer, denn die Mutation ist rezessiv. Kein Drache kann der Drachin



ansehen, ob sie das Gen in sich trägt und selbst wenn es so ist, speien die Kinder ja nur dann Wasser statt Feuer, wenn das Gen in doppelter Form auftritt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eines wasserspeienden Drachens?

Wir stellen die Situation durch ein einfaches Simulationsspiel dar:

Jeder Drache hat einen doppelten (diploiden) Chromosomensatz, auf dem das Gen „Feuerspeidend“ zwei mal verankert ist. Jeder Drache wird folglich durch zwei rote (Feuer) Kugeln symbolisiert. Der Genpool der ganzen Drachenpopulation besteht aus 2 x 50 roten Kugeln, die in einem Topf liegen in den die Spieler nicht hineinschauen können.

Jetzt werden zwei Kugeln herausgenommen und durch blaue (Wasser) Kugeln ersetzt.

Wenn man sich die Drachen im Topf paaren lässt und für jedes Drachenbaby zwei Kugeln aus dem Topf herausgreift gibt es vier Möglichkeiten: Rot/Rot („Feuerspeidend“), Rot/Blau („Feuerspeidend“, Blau/Rot („Feuerspeidend) und Blau/Blau („Wasserspeidend“)

Es ist leicht einzusehen, dass wenn unter 100 Kugeln nur zwei blaue Kugeln liegen die Chance Rot/Blau bzw. Blau/Rot gering und die Chance Blau/Blau noch viel geringer ist.

Hardy-Weinberg und die Wahrscheinlichkeit von Allelkombinationen

Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten für die vier Kombinationen?

Wenn jeweils zwei Kugeln aus dem Topf herausgegriffen werden liegen die Chancen nach der Multiplikationsregel (s.o.) bei :

rot/rot	$98/100 * 98/100 =$	0,9604
rot/blau	$98/100 * 2/100 =$	0,0196
blau/rot	$2/100 * 98/100 =$	0,0196
blau/blau	$2/100 * 2/100 =$	0,0004
SUMME		1,0000

Wenn die Zahl der roten Allele mit „p“ und die Zahl der blauen Allele mit „q“ angegeben wird betragen die Kombinationswahrscheinlichkeiten (wie bei der Multiplikationsregel):

Möglichkeiten	Kombinationswahrscheinlichkeit	
rot, p = 0,98	rot / rot p • p = 0,98 • 0,98 = 0,9604	rot / rot p ² = 0,9604
blau q = 0,02	rot / blau p • q = 0,98 • 0,02 = 0,0196	rot / blau, 2pq = 0,0392
	blau / rot p • q = 0,98 • 0,02 = 0,0196	blau / rot
	blau / blau q • q = 0,02 • 0,02 = 0,0004	blau / blau q ² = 0,0004

In über 96% der Fälle trifft ein „rotes“ Allel auf ein „rotes“, in etwa 4% der Fälle kann bei der Paarung ein heterozygoter, aber dennoch feuerspeiender Drache entstehen. Nur 0,04% der Paarungen würden zu homozygoten, wasserspeienden Drachen führen.

Da sich die Anzahl der „roten“ und „blauen“ Allele im Genpool auch in den nächsten Generationen nicht ändert könnte es bei dieser Verteilung bleiben. Das wäre das so genannte Hardy-Weinberg-Gleichgewicht das bereits nach einer Generation erreicht ist.

Nur: Der angenommene „Normalfall“, dass sich jeder Drache mit allen anderen paaren kann ist aber nur der „Idealfall“, auch wenn, was hier unterstellt ist, Drachinnen und Drachen gleichmäßig stark vertreten sind.

Tatsächlich gibt es gut aussehende, intelligente und besonders gut feuerspeiende Drachen, die den Drachinnen stärker imponieren als andere. Möglicherweise ist die Fähigkeit, Wasser statt Feuer zu speien von Vorteil, z.B. bei großer Trockenheit. Vielleicht auch von Nachteil wenn es darum geht, einen Angriff einer größeren Drachenart abzuwehren.

Das Hardy-Weinberg-Gleichgewicht ist nur ein theoretisches, in Wirklichkeit wird es durch die verschiedensten Umstände verschoben.



Abnahme der Heterozygoten in kleinen Populationen

Was geschieht in einer kleinen Drachenpopulation?

Nehmen wir an, die oben geschilderten beiden Mutationsereignisse finden auf einer Insel statt, auf der nur 5 Drachen leben. Dann wäre bei insgesamt 10 Allelen

$p = 0,8$ und $q = 0,2$ und $p^2 + 2pq + q^2 = 0,64 + 0,32 + 0,04 = 1$.

Nach einer Generation wären 32% der Population heterozygot.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein heterozygoter Drache sich mit einer ebenso heterozygoten Drachin paart ist erheblich größer als im ersten Fall, bei dem nur etwa 4% der Drachen heterozygot waren.

Aus der Paarung zweier Heterozygoter gehen statistisch gesehen zu je 25% homozygote Feuer- bzw. wasserspeiende Drachen hervor, 50% wären heterozygote Feuerspeier.

Die herausgespaltenen Homozygoten addieren sich zur Zahl der bereits vorhandenen Homozygoten mit dem Ergebnis 72% (vorher 64%) bzw. 12%. (4%). Die Zahl der Heterozygoten nimmt im gleichen Maß von 32 auf 24% ab.

In Formeln gekleidet stellt sich der Sachverhalt so dar:

$$P = p^2; H = 2pq; Q = q^2$$

$$P' = p^2 + \frac{1}{4}2pq = p^2 + \left(\frac{pq}{2}\right)$$

$$H' = 2pq - \frac{1}{2}2pq = pq$$

$$Q' = q^2 + \frac{1}{4}2pq = q^2 + \left(\frac{pq}{2}\right)$$

Je kleiner die Population, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit sich mit einem bestimmten Partner zu verpaaren. Dabei verringert sich der Anteil der Heterozygoten zugunsten der Homozygoten. Dieser Trend ist in kleinen Populationen stärker als in großen.

Mutationen verbreiten sich ohne den Puffer des großen Genpools folglich viel schneller. Auffällig wird dies bei rezessiven Anlagen die in doppelt homozygoter Form in großen Populationen nur selten, in kleinen Paarungsgemeinschaften aber sehr dominant werden können.

Große und kleine Populationen über wenige bzw. viele Generationen betrachtet

Der folgende Vergleich enthält viel Mathematik und erfordert den Umgang mit Formeln.

Hier eröffnet sich eine der vielen Möglichkeiten „grüne“ Naturwissenschaft mit „trockenen“ mathematischen Werkzeugen zu erschließen. Das Thema Wahrscheinlichkeitsrechnung (Stochastik) ist Unterrichtsgegenstand der Sek I und II. Wir möchten hier eine an Beispielen illustrierte Anleitung zur Berechnung von Kombinationswahrscheinlichkeiten innerhalb eines Genpools geben. Wir bleiben dabei zunächst noch in der Drachenwelt:

Was geschieht in großen, was in kleinen Populationen?

Wie entwickeln sie sich über mehrere Generationen hinweg?

Zur Vereinfachung der Berechnung haben Genetiker den so genannten Inzucht-Koeffizienten eingeführt:



$$\text{Inzuchtkoeffizient } F = \frac{H_0 - H}{H_0} \text{ oder } H = H_0 - H_0 \cdot F$$

H_0 = (erwartete) Heterozygote im Hardy-Weinberg-Gleichgewicht
 H = tatsächliche Heterozygote

Der Wert für F ist bei vollkommener Panmixie (jeder mit jedem) = 0
 Bei Inzucht (extrem eingeschränkter Paarungswahrscheinlichkeit) = 1

Der konkrete Wert F (oder F_t) nach t Generationen ist bei einer (effektiven) Population von N :

$$F_t = 1 - e^{-\frac{t}{2N}} \quad (t = \text{Zahl der Generationen})$$

	Hardy-Weinberg-Frequenz	Änderung durch Inzucht	Genpool
rot/rot	p^2	$+pqF$	$p^2 + pqF$
rot/blau bzw. blau/rot	$2pq$	$-2pqF$	$2pq - 2pqF$
blau/blau	q^2	$+pqF$	$q^2 + pqF$

oder anders dargestellt:

Genotyp	rot/rot	rot/blau bzw. blau/rot	blau/blau	Genpool
Genotypfrequenz	$p^2 + pqF$	$2pq - 2pqF$	$q^2 + pqF$	
Für $F = 0$	p^2	$2pq$	q^2	$p^2 + 2pq + q^2 = 1$
Für $F = 1$	$p^2 + pq$	$2pq - 2pq$	$q^2 + pq$	$p + q = 1$

Große Population:

Eine Drachenpopulation umfasst 50 Tiere.

Der Genpool enthält 98 Allele „feuerspeidend“ (rot) und 2 Allele „wasserspeidend“ (blau)

$$p = 0,98, p^2 = 0,96 \quad q = 0,02, q^2 = 0,0004$$

Jeder Drache paart sich mit jeder Drachin.

F_t nach 5 Generationen bei $N = 50$

$$F_t = 1 - e^{-\frac{t}{2N}}$$

$$F_t = 1 - e^{-\frac{5}{100}}$$

$$F_t = 1 - 0,95 = \approx 0,05$$

rot/rot	$p^2 + pq \cdot F$	$0,98^2 + 0,98 \cdot 0,02 \cdot 0,05 =$	$\approx 0,96$
rot/blau bzw. blau/rot	$2pq - 2pq \cdot F$	$2 \cdot 0,98 \cdot 0,02 - 2 \cdot 0,98 \cdot 0,02 \cdot 0,05 =$	$\approx 0,037$
blau/blau	$q^2 + pq \cdot F$	$0,02^2 + 0,98 \cdot 0,02 \cdot 0,05 =$	$\approx 0,0014$
Summe			≈ 1



Wie sieht das Verhältnis nach 50 Generationen aus?

$$F_t = 1 - e^{-\frac{50}{100}}$$

$$F_t = 1 - 0,61 \approx 0,39$$

rot/rot	$p^2 + pq \cdot F$	$0,98^2 + 0,98 \cdot 0,02 \cdot 0,39 =$	$\approx 0,97$
rot/blau bzw. blau/rot	$2pq - 2pq \cdot F$	$2 \cdot 0,98 \cdot 0,02 - 2 \cdot 0,98 \cdot 0,02 \cdot 0,39 =$	$\approx 0,023$
blau/blau	$q^2 + pq \cdot F$	$0,02^2 + 0,98 \cdot 0,02 \cdot 0,39 =$	$\approx 0,008$
Summe			≈ 1

Kleine Population:

Eine Drachenpopulation umfasst 5 Tiere.

Der Genpool enthält 8 Allele „feuerspeierend“ (rot) und 2 Allele „wasserspeierend“ (blau)

$$p = 0,8, p^2 = 0,64 \quad q = 0,2, q^2 = 0,04$$

Jeder Drache paart sich mit jeder Drachin.

F_t nach 5 Generationen bei $N = 5$

$$F_t = 1 - e^{-\frac{t}{2N}}$$

$$F_t = 1 - e^{-\frac{5}{10}}$$

$$F_t = 1 - 0,61 = \approx 0,39$$

rot/rot	$p^2 + pq \cdot F$	$0,8^2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,39 =$	$\approx 0,7$
rot/blau bzw. blau/rot	$2pq - 2pq \cdot F$	$2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 - 2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,39 =$	$\approx 0,2$
blau/blau	$q^2 + pq \cdot F$	$0,2^2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,39 =$	$\approx 0,1$
Summe			≈ 1

Wie sieht das Verhältnis nach 50 Generationen aus?

$$F_t = 1 - e^{-\frac{50}{10}}$$

$$F_t = 1 - 0,0067 \approx 0,99$$

rot/rot	$p^2 + pq \cdot F$	$0,8^2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,99 =$	$\approx 0,798$
rot/blau bzw. blau/rot	$2pq - 2pq \cdot F$	$2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 - 2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,99 =$	$\approx 0,003$
blau/blau	$q^2 + pq \cdot F$	$0,2^2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,99 =$	$\approx 0,198$
Summe			≈ 1

Ergebnis:

In großen wie in kleinen Populationen ist eine Abnahme der Heterozygoten zu beobachten.

In kleinen Populationen ist diese Abnahme stärker ausgeprägt.

Rezessive Eigenschaften („wasserspeierend“) bleiben – phänotypisch - in großen Populationen unbedeutend.

In kleinen Populationen gewinnen sie relativ schnell einen großen Anteil.

Anregungen

- Lassen sie die Abhängigkeiten zwischen Populationsgröße und Allelfrequenz in Grafen darstellen
- Lassen Sie ihre Schüler ein Rechenprogramm entwickeln, das diese Verhältnisse grafisch darstellt.

Selbstbefruchtung als Extremfall der Inzucht (Autogamie)

Die Selbstbestäubung und Befruchtung ist ein Beispiel einer extrem kleinen Population, die nur aus einem einzigen Individuum besteht.

Simulationsspiel Inzucht

Bei dieser Simulation wird zunächst ein Genpool angenommen, in dem – zu gleichen Anteilen - zwei Allele eines Gens (Farbe) vorkommen: „Gelb“ (p) und „grün“ (q). Es gilt also $p = 0,5$, $q = 0,5$ und $p + q = 1$. Es herrscht Panmixie, das heißt, alle Partner sind, was die Paarungswahrscheinlichkeit betrifft, gleichwertig.

Der Topf mit 100 gelben und 100 grünen Kugeln stellt diesen Genpool dar.

Beim herausgreifen von je zwei Kugeln tritt die Paarung gelb/gelb zu 25%, die Paarungen gelb/grün zu 50% und die Paarung grün/grün zu 25% auf: $p^2 + 2pq + q^2 = 0,25 + 0,5 + 0,25 = 1$. Die drei Kombinationen werden auf die entsprechenden Töpfe verteilt.

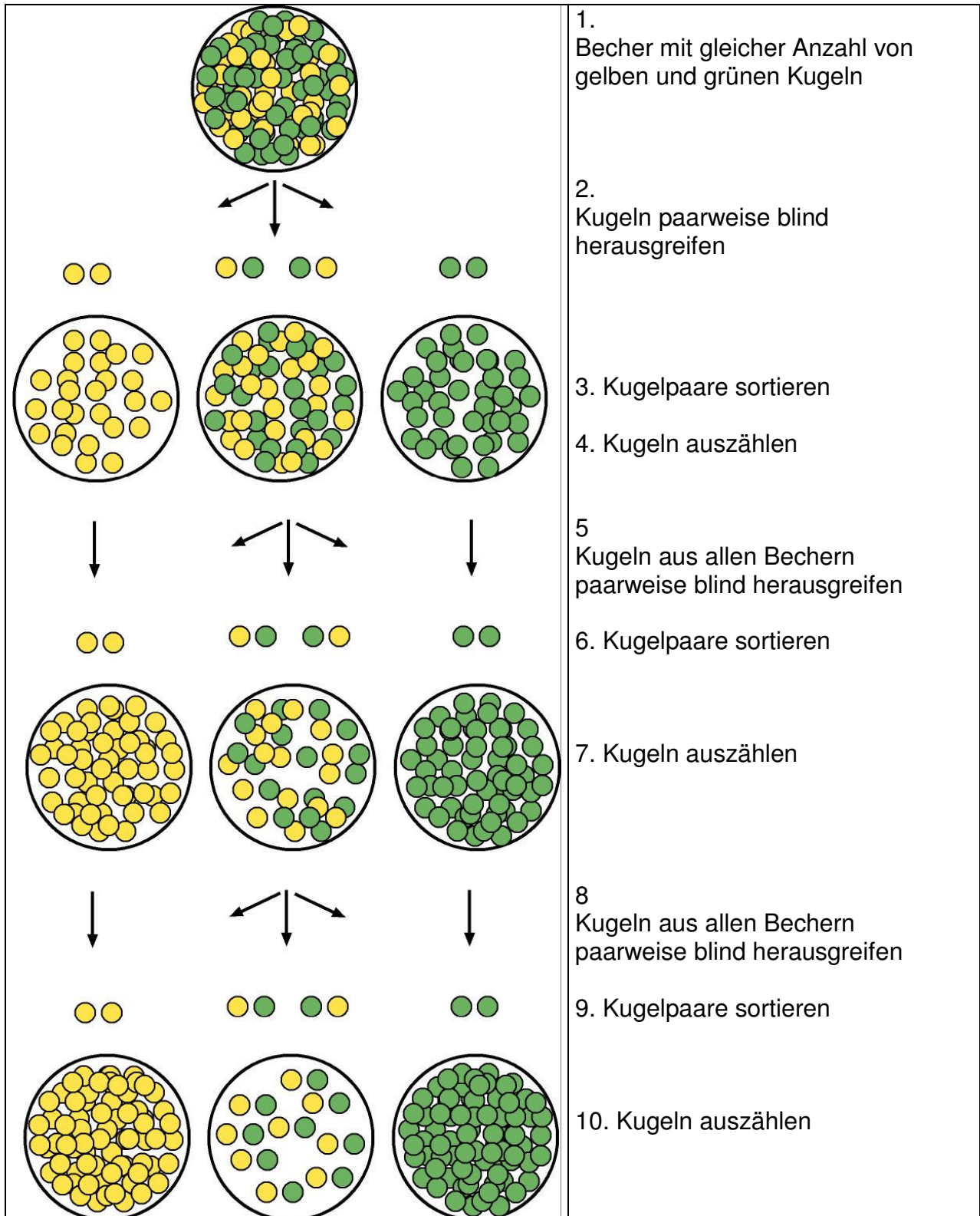
Anders als unter panmiktischen Umständen verpaaren sich die Allele nur innerhalb ihrer „Pools“ (also innerhalb der drei Töpfe).

Die zufällig herausgegriffenen Kombinationen werden wiederum auf drei Töpfe verteilt.

Nach mehreren Durchgängen (Generationen) wird deutlich, dass der Anteil verschiedenfarbiger Kombinationen zugunsten gleichfarbiger zurückgeht und schließlich verschwindet.



Simulationsspiel Inzucht



Me160309

Anhang

Vorlagen für Schilder „Kreuzungsschemata mono- und dihybrider Erbgang Erbse“

Monohybrider Erbgang

GELB und GRÜN

Y dominant, gelb („yellow“)
y rezessiv, grün

P-Generation

YY	yy
----	----

Keimzellen (männlich, weiblich)

Y	Y	y	y
---	---	---	---

F1-Generation

Yy	Yy
----	----

Keimzellen (männlich, weiblich)

Y	y	Y	y
---	---	---	---

F2-Generation

YY	Yy	Yy	yy
----	----	----	----



Dihybrider Erbgang
GELB-GLATT und GRÜN-RUNZELIG

Y dominant, gelb („yellow“)
y rezessiv, grün
R dominant, glatt („round“)
r rezessiv, runzelig

P-Generation

YYRR	yyrr
-------------	-------------

Keimzellen (männlich, weiblich)

YR	YR	yr	yr
-----------	-----------	-----------	-----------

F1-Generation

YyRr	YyRr
-------------	-------------

Keimzellen (männlich, weiblich)

YR	Yr	yR	yr
YR	Yr	yR	yr

F2-Generation

YYRR	YYrr
yyRR	yyrr

YYRr	YYRr	YYRr
------	------	------

YyRr	YyRr	YyRr
------	------	------

YyRR	YyRR	YyRR
------	------	------

Yyrr	Yyrr	Yyrr
------	------	------

yyRr	yyRr	yyRr
------	------	------