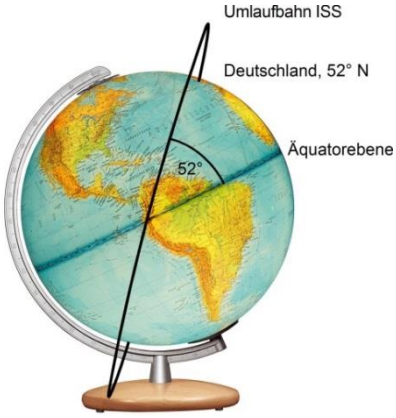
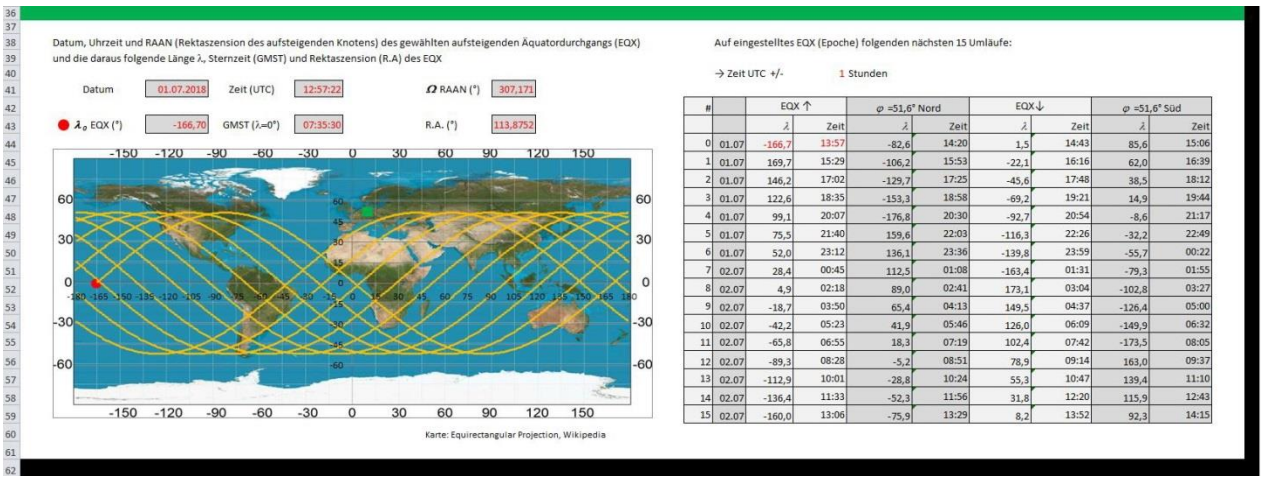
Landeshauptstadt Hannover

Hannover

Schulbiologiezentrum





Datum, Uhrzeit und RAAN (Rektaszension des aufsteigenden Knotens) des gewählten aufsteigenden Äquatordurchgangs (EQX) und die daraus folgende Länge λ, Sternzeit (GMST) und Rektaszension (R.A) des EQX

Datum	01.07.2018	Zeit (UTC)	12:57:22	Ω RAAN (°)	307,171
λ_φ EQX (°)	-166,70	GMST (λ=0°)	07:35:30	R.A. (°)	113,8752

Karte: Equirectangular Projection, Wikipedia

Auf eingestelltes EQX (Epoche) folgenden nächsten 15 Umläufe:

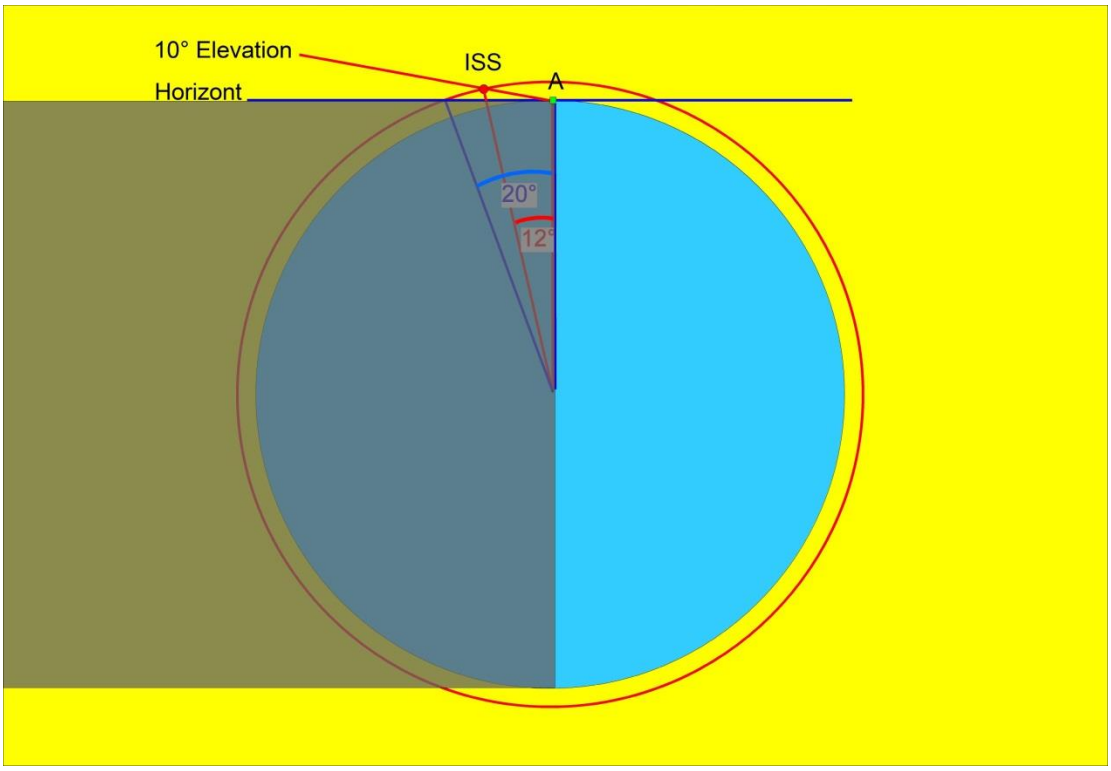
→ Zeit UTC +/- 1 Stunden

#		EQX ↑		φ =51,6° Nord		EQX↓		φ =51,6° Süd	
		λ	Zeit	λ	Zeit	λ	Zeit	λ	Zeit
0	01.07	-166,7	13:57	-82,6	14:20	1,5	14:43	85,6	15:06
1	01.07	169,7	15:29	-106,2	15:53	-22,1	16:16	62,0	16:39
2	01.07	146,2	17:02	-129,7	17:25	-45,6	17:48	38,5	18:12
3	01.07	122,6	18:35	-153,3	18:58	-69,2	19:21	14,9	19:44
4	01.07	99,1	20:07	-176,8	20:30	-92,7	20:54	-8,6	21:17
5	01.07	75,5	21:40	159,6	22:03	-116,3	22:26	-32,2	22:49
6	01.07	52,0	23:12	136,1	23:36	-139,8	23:59	-55,7	00:22
7	02.07	28,4	00:45	112,5	01:08	-163,4	01:31	-79,3	01:55
8	02.07	4,9	02:18	89,0	02:41	173,1	03:04	-102,8	03:27
9	02.07	-18,7	03:50	65,4	04:13	149,5	04:37	-126,4	05:00
10	02.07	-42,2	05:23	41,9	05:46	126,0	06:09	-149,9	06:32
11	02.07	-65,8	06:55	18,3	07:19	102,4	07:42	-173,5	08:05
12	02.07	-89,3	08:28	-5,2	08:51	78,9	09:14	163,0	09:37
13	02.07	-112,9	10:01	-28,8	10:24	55,3	10:47	139,4	11:10
14	02.07	-136,4	11:33	-52,3	11:56	31,8	12:20	115,9	12:43
15	02.07	-160,0	13:06	-75,9	13:29	8,2	13:52	92,3	14:15

Der "menschgemachte Stern"

Die Beobachtung der Internationalen Raumstation ISS als Projektthema in der Schule

Dezember 2018



Lange nach ihrem Untergang auf der Erde scheint die Sonne noch da oben …

Herausgeber: Landeshauptstadt Hannover
Schulbiologiezentrum Hannover
Dezember 2018

Titel: Der "menschgemachte Stern"
Die Beobachtung der Internationalen Raumstation ISS
als Projektthema in der Schule

Arbeitshilfe Natur und Technik 19.102

Idee, Text, Grafik und Gestaltung: Ingo Mennerich

Herausgeber: Landeshauptstadt Hannover
Fachbereich Bibliothek und Schule
Schulbiologiezentrum
Vinnhorster Weg 2
30419 Hannover
Tel: 0511/168-47665
Fax: 0511/168-47352
E-Mail: schulbiologiezentrum@hannover-stadt.de
Internet: www.schulbiologiezentrum.info

Inhalt

Ein von Menschen gemachter Stern 1

Ein kurzer Überblick für Eilige 2

Warum fällt die ISS nicht vom Himmel? 4

Warum macht die ISS "Links-" und "Rechtskurven"? 4

Wann dürfen wir mit dem nächsten Überflug rechnen? 6

Die Dauer eines Umlaufs bestimmen 8

Wie hoch fliegt die Internationale Raumstation? 8

Wie lange kann man die ISS bei einem Überflug verfolgen? 11

Wie lange nach Sonnenuntergang oder vor -aufgang ist die ISS zu sehen? 12

Wie groß ist der Teil der Erde den man von der ISS aus überblicken kann? 15

Wie "groß" ist die ISS am Himmel? 13

Wie weit ist die ISS von uns entfernt? 13

Wie hoch zieht sie bei einem Überflug über den Horizont?
Kompassrichtung der aktuellen Position 15

Wie schnell ist die ISS?

Berechnung und Visualisierung der aktuellen Position der ISS 17

Umlaufbahn der ISS berechnen 18

EQX, Frühlingspunkt und RAAN (aufsteigender Knoten) 21

Wie stark wandert der Knoten? 22

Bestimmung der Länge des EQX mit Hilfe einer drehbaren Sternkarte 22

Umrechnung RAAN und Sternzeit in geographische Länge des EQX 24

Bahn der ISS für die nächsten auf ein bestimmtes EQX folgenden Umläufe 25

Gültigkeitsbereich unseres EXCEL-Programms 25

Anhang

Bahnverlauf der ISS (Kopiervorlage) 27

Und zum Schluss noch ein wenig Mathematik… 28

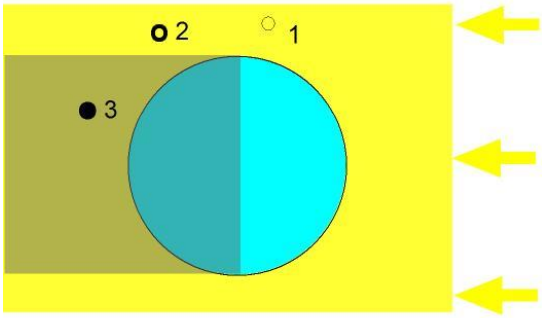
Ein von Menschen gemachter Stern

In unserer "zivilisierten" Welt, wo nachts durch über den hell erleuchteten Städten nur noch wenige Sterne zu sehen sind fällt dieser "Stern" noch besonders ins Auge. Meistens sogar heller als der Morgen- oder Abendstern (Venus) zieht er, anders als die "Fixsterne" oder die sich kaum bewegenden Planeten als hell leuchtender Punkt über den Himmel. Viel langsamer als Sternschnuppen, aber schnell genug um auch denjenigen aufzufallen die sich nicht ständig mit den Sternen befassen. Manchmal hoch über dem Horizont, manchmal flacher bewegt er sich immer von Westen nach Osten. Man könnte ihn leicht mit den viel häufigeren Flugzeugen verwechseln, aber dieser "Stern" blinkt nicht und man hört ihn auch nicht.
Wenn man Zeit und Geduld hat, sieht man ihn nach einiger Zeit erneut, jetzt aber verläuft seine Bahn aber ein gutes Stück westlicher am Himmel. Und dann sieht man ihn für lange Zeit überhaupt nicht.

https://de.wikipedia.org/wiki/Internationale_Raumstation#/media/File:STS-133_International_Space_Station_after_undocking_5.jpg

Dieser "Stern" ist eine menschgemachte und von Menschen bewohnte künstliche "Insel " in absolut lebensfeindlicher Umgebung: Die Internationale Raumstation (ISS). Seit 1998 im Aufbau und seit 2000 von wechselnden Besatzungen verschiedener Nationen bewohnt, umkreist sie die Erde wie ein Uhrwerk in etwas mehr als 90 Minuten.
Tagsüber ist sie nicht zu sehen, am dunklen Himmel dagegen sehr gut, sofern sie von der Sonne beleuchtet wird.

Anders als die Sterne ist die ISS kein selbstleuchtender Körper. Sie wird - wie der Mond und die Planeten - von der Sonne beleuchtet. Das natürlich nur dann, wenn auf der ISS "Tag" ist. Nicht jeder Überflug ist für uns sichtbar:



1: Unsichtbar am Tage
2: Sichtbar nach Sonnenuntergang
3: Unsichtbar da im Erdschatten

- Vor und nach Sonnenaufgang bzw. -untergang ist die Wahrscheinlichkeit, dass "da oben" noch die Sonne scheint, während der Himmel schon dunkel ist natürlich am größten.
- In einer Sommernacht taucht die Sonne nicht so tief unter den Horizont wie im Winter was sichtbare Überflüge selbst in der Nacht möglich macht.
- Je höher ein Satellit oder Raumschiff fliegt, desto weiter verlagert sich eine mögliche Sichtbarkeit in die Nacht.

Da sich die Erde in östlicher Richtung unter der Umlaufbahn dreht, scheint diese von Mal zu Mal ständig nach Westen zu rücken. Bei einer Folge von maximal 4 - 5 aufeinanderfolgenden Sichtbarkeiten erreicht die ISS ihre größte Höhe zunächst im Südosten, dann im SSO, im Süden, im SSW und schließlich im Südwesten. Vielleicht ist sie den folgenden Abenden noch ein paar Mal zu sehen um dann scheinbar für Wochen völlig zu verschwinden.
Nimmt sie dann andere Wege? Oder überquert sie uns, wenn es Tag ist?

Die Idee, ein Programm zu schreiben, dass zeigt, wo sich die ISS gerade befindet entstand unter einem klaren Sommernachtshimmel auf dem Balkon. Dreimal, im Abstand von anderthalb Stunden zog die ISS über den Himmel, beim ersten Mal flach über den südöstlichen Horizont, dann von Westen aufsteigend, fast den Zenit erreichend und nach Osten abtauchend und beim dritten Mal nur noch im flachen Bogen im Südwesten.

https://de.wikipedia.org/wiki/Alexander_Gerst#/media/File:Alexander_Gerst,_official_portrait_in_2017.jpg

Und während man ihr nachschaute ging ein Gruß nach oben:
Da oben fliegt einer von "uns", Alexander Gerst, 2014 zum ersten und 2018 zum zweiten Mal Astronaut auf der ISS.
Dies allein wäre Grund genug, die Internationale Raumstation zum Unterrichtsprojekt vorzuschlagen.
Im Sommer 2013 waren wir mit dem Thema "Raumschiff Erde" auf der IdeenExpo vertreten. Dabei geht es um die Bedingungen unter denen menschliches Leben und Überleben möglich ist
Biologische, physikalische und geographische Aspekte gibt es zur Genüge und damit viele Verknüpfungen mit schulischen Themen. Die Internationale Raumstation lässt sich auf vielerlei Weise verfolgen "live" und virtuell.
Eine Reihe von Internetplattformen bieten gute Vorhersagen zu möglichen Beobachtungszeiten an (Position über der Erde, Auf-/Untergangszeiten und -richtungen, maximale Höhe usw.) und vielleicht fallen diese Zeiten sogar mit Ihrer Projektwoche zusammen? In Zeiten moderner und praktisch für jeden verfügbarer globaler Kommunikationsmöglichkeiten mit Smart- und iPhones kann man sich sogar ortsübergreifend verabreden und die Beobachtungen zusammentragen. Das gilt zum Beispiel für die Flughöhe der ISS.

- Lassen sich aus den Beobachtungen Rückschlüsse auf Flugrichtung , -geschwindigkeit und -höhe ziehen?
- In wie weit stimmen die so gewonnenen "Theorien" mit der leicht im Internet zu überprüfenden Wirklichkeit überein?

Weiterhin:

- Was bestimmt die zu beobachtende Flugbahn?
- Und wie gut können wir sie, mit unseren Erkenntnissen voraussagen?

Und:

Was für Gerätschaften bräuchte man, um die ISS zu filmen oder zu fotografieren. Oder gar Einzelheiten zu erkennen?

Ein kurzer Überblick für Eilige:

Wann und wo am Himmel ist die ISS bei uns zu sehen? Und wann das nächste Mal?
Wie schnell und wie hoch fliegt sie?
Natürlich lässt sich jede Antwort sofort per Mausklick oder auf dem "Wischphone" finden.

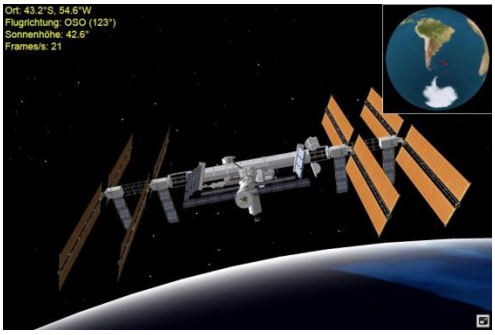
Hier zunächst die wichtigsten Daten so wie sie bei WIKIPEDIA zu finden sind (abgerufen im Juli 2018)

Umlaufzeit	93 Minuten
Mittlere Bahnhöhe	400 km
Bahnneigung (zum Äquator)	51,6°
Apogäum (Erdferne)	320 - 430 km
Perigäum (Erdnähe)	320 - 410 km

Unter

- www.isstracker.com kann man die aktuelle Position der ISS abrufen
- www.heavens-above.com ist die Position in 3D dargestellt (interaktive Visualisierung)

ISS Tracker



Heavens Above

Das sind tolle Angebote von denen man bis vor relativ kurzer Zeit nur träumen konnte.

Wem das reicht, der sollte nur noch diesen kurzen Abschnitt lesen:

Es könnte spannend sein herauszufinden, warum dieser menschgemachte "Stern" nicht herunterfällt, was ihn antreibt und wann er wo am Himmel zu sehen ist. Woher "wissen" diese tollen Programme im Internet eigentlich, wo die ISS gerade ist?

Besonders spannend wird es, wenn man eigene Hypothesen bildet, die sich leider nur zu oft als falsch herausstellen und zu weiteren Fragen zwingen. Wenn man also gewissermaßen selbst zum Forscher wird, der zwar nichts Neues zustande bringt aber irgendwann mal das Gefühl haben wird, das Wichtigste verstanden zu haben.

Wir wollen in vielleicht noch etwas altmodischer Pädagogik die Schülerinnen und Schüler nicht mit Fertigem übergießen sondern dazu anstiften, sich selbst auf den Weg zu machen.

Es gibt ja auch heute noch ein paar Leute, die die Erde auf eigene Faust umrunden, obwohl die frühen Entdecker das schon vor Jahrhunderten getan haben.

Glücklicherweise kann man heute die Ergebnisse der eigenen Forschungstätigkeit mit ein paar Mausklicks überprüfen.

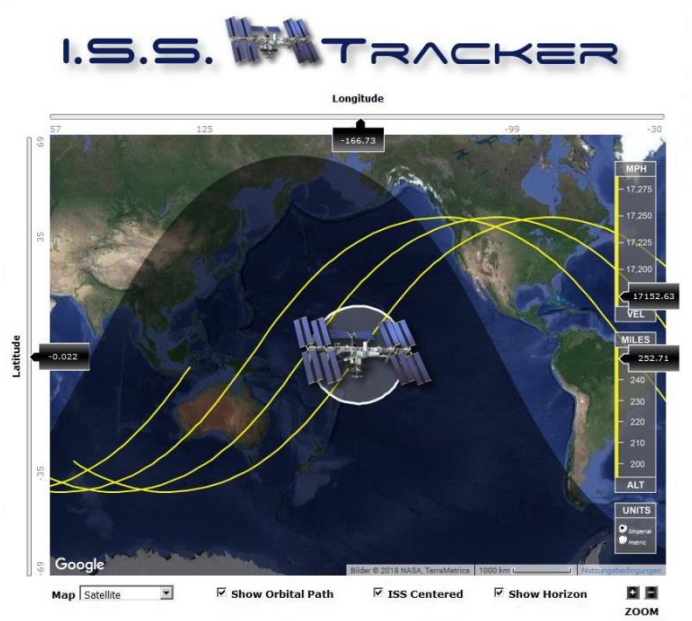
Die folgenden Anregungen sind für eine Projektwoche, eine AG oder einen Wahlpflichtkurs gedacht.

Warum fällt die ISS nicht vom Himmel?

Weil sie mit Raketenantrieb fliegt? Nein: Dann wäre der Treibstoff schnell aufgebraucht. Und wie sollte dieser im fast luftleeren Raum brennen? Man müsste zusätzlich Sauerstoff mit ins All nehmen.

Elektroantrieb mit Propeller? Die ISS hat zwar große Solarmodule und Wolken gibt da oben nicht. Aber braucht man für Propeller nicht Luft? Vielleicht WARP-Antrieb wie bei Raumschiff Enterprise?
Luftleerer Raum bedeutet: Es gibt keine bremsende Reibung. Wenn ein Raumschiff auf die "richtige" Geschwindigkeit beschleunigt wird (Raketenantrieb beim Start) fliegt es in schwereloser Umgebung ungebremst geradeaus. Dann würde es die Erde aber verlassen. Tatsächlich umkreist die ISS die Erde, stets in etwa gleicher Höhe und mit nahezu unveränderter Geschwindigkeit.
Die Antwort könnte sich im Sportunterricht ergeben: Wer schießt oder wirft den Ball am weitesten? Je kräftiger der Ball beschleunigt wird, desto weiter fliegt er. Dabei beschreibt er eine Kurve. Früher oder später fällt er auf die Erde.
Die Erde ist keine Scheibe, sie ist rund. Könnte man sich vorstellen, dass ein super-durchtrainierter und mit einem (noch nicht erfundenen) Mittel "gedopter" Sportler den Ball so schnell macht, dass die Kurve, die er beim Herunterfallen macht, der Krümmung der Erdoberfläche folgt und damit gewissermaßen um die Erde herumfällt? Und: Könnte es dann geschehen, dass ihn der Ball dann irgendwann von hinten trifft? Oder hat sich die Erde dann schon ein Stück weiter gedreht?

Warum macht die ISS "Links-" und "Rechtskurven"?



Verfolgt man die Position der ISS im Internet, mag man den Eindruck haben, dass sie wie bei der Formel 1 durch Links- und Rechtskurven jagt.

Mit Schülern kann man spekulieren:

- Warum biegt die Flugbahn vor den Polen ab?
- Was verursacht diese Kurven?
- Wie würde sich eine solche Kurvenfahrt auf die Besatzung auswirken?

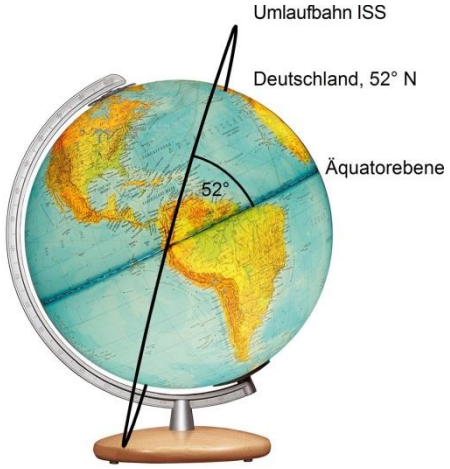
Vielleicht hat jemand diese "Erleuchtung". Die ISS fliegt keine Kurven und wir unterliegen einer Täuschung:

Die Erde ist keine viereckige Scheibe wie es diese Darstellung erscheinen lässt. Sie ist, mit geringen Abstrichen, kugelförmig. Die Kurven sind das Ergebnis der Kartenprojektion die versucht, die Gesamtheit der Kugeloberfläche abzubilden.

Die ISS umkreist die Erde auf dem kürzesten Weg und fliegt, bezogen auf die Erdoberfläche, immer geradeaus. .Am anschaulichsten kann man Flugbahn mit einem Globus oder ersatzweise einem Ball herleiten. Dabei hilft die Beobachtung am Himmel:

An vielen Orten auf der Erde (außer in den hohen Breiten) kann die ISS für einen kurzen Moment senkrecht über den Beobachter hinwegziehen. Nordwärts fliegend taucht sie dann im Südwesten auf, erreicht Zenithöhe und geht im Nordosten unter. Auf südlichem Kurs geht sie im Nordwesten auf und im Südosten unter.

In Deutschland ist das anders, und das kann jeder interessierte "Nachtschwärmer" ohne Hilfsmittel beobachten. An den wenigen Tagen an denen sie nachts große Höhe erreicht geht sie im Südwesten auf und im Südosten unter. Auf der Zylinderprojektion des "ISS Trackers" entspricht das einer "Rechtskurve" mit einem "Kurswechsel" von Norden nach Süden.



http://www.dieraumbeleuchter.de/ Columbus-Globus-DUPLEX-R-30-cm
Die Umlaufbahn ist stark erhöht dargestellt!

Legen wir einen Ring um den Globus: Er symbolisiert die Flugbahn.
Der "Kurswechsel" soll wie beobachtet, über Deutschland geschehen. Das bedeutet:

Über Deutschland erreicht die geographische Breite der Flugbahn ihr Maximum (etwa 52°), westlich und östlich davon ist sie geringer.

Das lässt sich spiegelbildlich auf die Südhalbkugel übertragen.

Daraus folgt: Die Bahn kreuzt den Äquator in einem bestimmten Winkel.
Das ist die Bahnneigung ("Inklination") der ISS.

Die Bahnneigung ist neben der Flughöhe und der daraus ableitbaren Umlaufgeschwindigkeit und -dauer die wichtigste Größe bei der Berechnung der Bahn und aktuellen Position.

Ring und Globus ermöglichen einen weiteren Schritt zum Verständnis: Nach einem anderthalbstündigen Umlauf hat sich die Erde um einen bestimmten und leicht zu berechnenden Betrag weitergedreht. Da die Sonne stets im Osten aufgeht dreht sie sich von Westen nach Osten.

Mit einem kurzen Überschlag errechnen wir den Winkel:

- In 24 Stunden dreht sie sich um 360°
- In einer Stunde um 360° / 24h = 15°
- In anderthalb Stunden um 22,5°

Hält man den Ring in der ursprünglichen Lage und dreht man die Erde um 23° nach Osten kann man sehen, wie die ISS beim nächsten Umlauf über unsere Region fliegen wird: Der Scheitelpunkt, also das Maximum der geographischen Breite liegt dann 23° westlich des letzten Maximums.

Für jeden von der ISS überflogenen Ort der Erde gilt: Beim nächsten Orbit liegt der Fußpunkt unter ihr etwa 23° weiter westlich.

Aus der Bahnneigung folgt auch, dass die ISS nur zwischen 52° Nord und 52° Süd im Zenit stehen kann.

Die Berechnung der weiteren Erdumrundungen geht vom Zeitpunkt und der geographischen Länge einer bestimmten aufsteigenden, also von Süd nach Norden gerichteten Überschreitung des Äquators (Equator Crossing, EQX) aus und schreibt die Bewegung als Funktion der Zeit und der Geschwindigkeit fort.

Wann dürfen wir mit dem nächsten Überflug rechnen?

Gerade ist die ISS hell leuchtend fast im Zenit über uns hinweggezogen. Nach anderthalb Stunden überquert sie den Himmel erneut, allerdings deutlich weiter westlich und in viel flacherem Bogen.

In etwa 90 Minuten scheint sie die Erde einmal umrundet zu haben. Ein kurzer Überschlag ergibt:
Wenn sich die Erde in 24 Stunden einmal von Westen nach Osten um ihre Achse, also um 360° dreht rotiert sie In anderthalb Stunden um 1,5h*360°/24h = 22,5°.

- Ein voller Erdumfang, also 360° geteilt durch 22,5° ergäbe 16 Umläufe.

Gesetzt den Fall, die ISS erreicht über 51,5° nördlicher Breite und 10° östlicher Länge (etwa Göttingen) genau um 21 Uhr den Zenit. Dann würde sie nach 24 Stunden und 16 Orbits wieder genau um 21 Uhr wieder den gleichen Punkt überfliegen. Die Längen der mit jedem Orbit scheinbar nach Westen verschobenen Bahn ist in Spalte 2 der untenstehenden Tabelle wiedergegeben.

Aber erscheint die ISS jeden Tag zur gleichen Zeit am Himmel? Nein, was man bei klarem Abendhimmel nicht zu spät nach Sonnenuntergang leicht beobachten könnte.

Die tatsächliche mittlere Umlaufdauer der ISS beträgt nicht 90 sondern 92,6 Minuten. Das bringt den Versatz pro Umlauf auf

$$360° * \frac{92,6}{1440} = 23,15°$$

360° geteilt durch 23,15 ergeben ziemlich "krumme" 15,55 Umläufe, nicht die "glatten" 16 die sich nach einem Tag exakt wiederholen würden. Rechnet man mit 23,15° Versatz pro Orbit ergeben sich Längen in Spalte 3 der Tabelle.

Es gibt allerdings noch weitere "Störfaktoren":

- Nicht direkt beobachten können wir die sogenannte Präzession (Knotenwanderung) der Umlaufbahn. Bisher waren wir davon ausgegangen, dass die Erde sich unter einer im Raum festliegenden Kreisbahn dreht. Tatsächlich dreht sich die Bahn der ISS täglich um etwa 5° nach Westen, d.h. in 2 Monaten etwa um 360°. Die Präzession ist abhängig von der Bahnhöhe und der Bahnneigung.
- Weiterhin bewegt sich die Erde in 365 Tagen einmal um die Sonne was zusätzlich etwa 1" pro Tag ergibt. Eine auf den die Erde umgebenden Raum, d.h. auf die Sterne bezogene (siderische)Umdrehung dauert nicht 24 Stunden sondern nur 23 h 56 min ("Sterntag").

Pro Tag ergeben sich

$$\frac{23\text{h}56\text{min}}{92,6\text{min}} = \frac{1436\text{min}}{92,6\text{min}} = 15,51 \text{ Umläufe/Tag}$$

Pro Umlauf muss man mit einer zusätzlichen Knotenwanderung von etwa 0,4° rechnen.

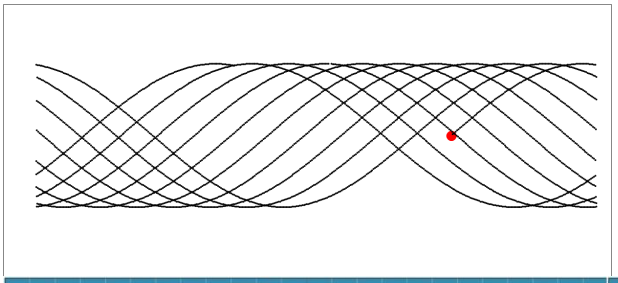
Die Ergebnisse finden sich in Spalte 4.

1. Umlauf#	2. Länge (Δ=22,5°)	3. Länge (Δ=23,15°)	4. Länge (Δ=23,55°)
0	10,0°O	10°O	10°O
1	12,5°W	13,2°W	13,6°W
2	35,0°W	36,3°W	37,1°W
3	57,5°W	59,6°W	60,7°W
4	80°W	82,6°W	84,2°W
5	102,5°W	105,8°W	107,6°W
6	125°W	128,9°W	131,3°W
7	147,5°W	152,1°W	154,9°W
8	170°W	175,2°W	178,4°W
9	167,5°O	166,9°O	166,5°O
10	145°O	143,7°O	142,9°O
11	122,5°O	120,6°O	119,4°O
12	100°O	97,4°O	95,8°O
13	77,5°O	74,3°O	72,3°O
14	55°O	51,1°O	48,7°O
15	32,5°O	28,0°O	25,2°O
16	10°O	4,8°O	1,6°O

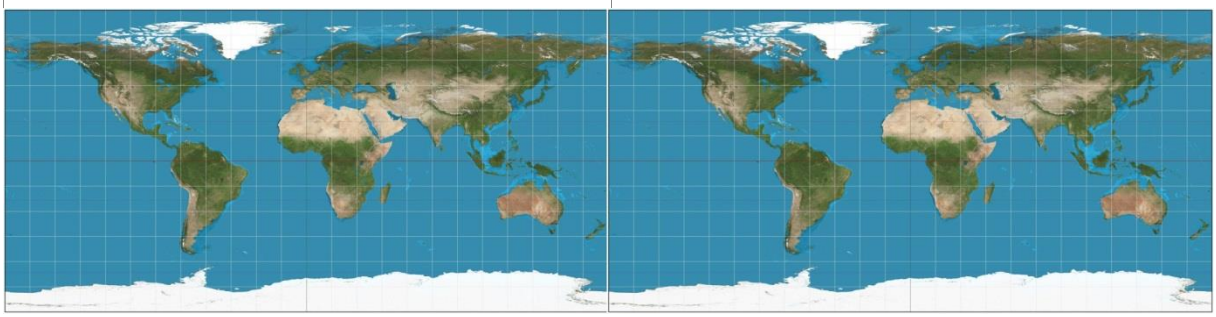
Der scheinbare Versatz (delta λ) der Bahn pro Umlauf ist demnach

$$= \frac{360°}{1436min} * U_{min} + \rho / \frac{1436min}{U_{min}}$$

Im Anhang finden Sie eine Druckvorlage für eine recht einfache Hilfe die ganz ohne Rechnereien den Verlauf der jeweils nächsten zehn Umläufe der ISS zeigt. Die scheinbar geschwungene und mit jedem Umlauf um etwa 24 Längengrade nach Westen verschobene Bahn wird auf eine OH-Folie kopiert. Der rote Punkt markiert den von Süden nach Norden aufsteigenden Äquatorübertritt (EQX) der nach Osten fliegenden ISS. Die Länge des EQX muss bekannt bzw. errechnet werden. Wie man das macht, dazu unten mehr.



Der rote Punkt auf der Folie wird auf den passenden Längengrad des EQX gelegt. Damit es nicht zu Überschneidungen kommt liegen hier zwei Weltkarten nebeneinander.



Die Dauer eines Umlaufs bestimmen

Zweifellos ist es am leichtesten, sich die Umlaufzeit aus dem Internet zu ziehen. Mit etwas Vorstellungsgabe gelingt das aber auch durch eigene Beobachtung. Natürlich kann man nicht einfach sagen, vor anderthalb Stunden habe ich die ISS gesehen und jetzt wieder. Das wäre zu willkürlich.

Wenn die ISS aber in diesem Moment genau im Westen zu sehen ist und nach anderthalb Stunden wieder genau im Westen steht ist das schon wesentlich genauer. Mit welcher praktischen Beobachtungsmethode erzielen wir den Wert bei Wikipedia?

Wie hoch fliegt die Internationale Raumstation?

Die hier vorgestellten Ansätze lassen sich mit Paper, Bleistift und Geodreieck oder mit den Mitteln der Trigonometrie lösen was im Zeitalter der Taschenrechner und Rechenprogramme nicht mehr so schwer sein sollte.

Die ISS fliegt in West-Östlicher Richtung über Deutschland hinweg.
Sie wird zeitgleich in Göttingen, Hannover, Hamburg und Flensburg beobachtet.
Dabei werden folgende Winkelhöhen über dem Südhorizont gemessen:

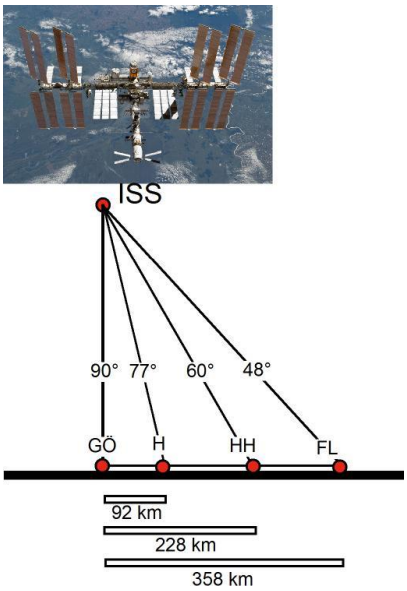
Göttingen	90°	Hamburg	60°
Hannover	77°	Flensburg	48°

Miss die Distanzen zwischen diesen vier Orten und versuche die Höhe der ISS zu bestimmen

Die Formel dazu ist

Höhe der ISS = tanα*d

α = Winkel über dem Horizont
d = Entfernung (Luftlinie) von Göttingen



	α	d	tanα*d	Flughöhe ISS
Göttingen (51,55°N)	90°	0 km		
Hannover (52,38° N)	77°	92 km	tan77*92km	= 398 km
Hamburg (53,60° N)	60°	228 km	tan60*228km	= 394 km
Flensburg (54,77° N)	48°	358 km	tan48*358km	= 397 km

Daraus folgt: Die ISS fliegt etwa 400 km über der Erdoberfläche

(Aus: Unterrichtshilfe "Wir wiegen Sonne und Mond mit Uhr und Taschenrechner" Schulbiologiezentrum Hannover, 2017)

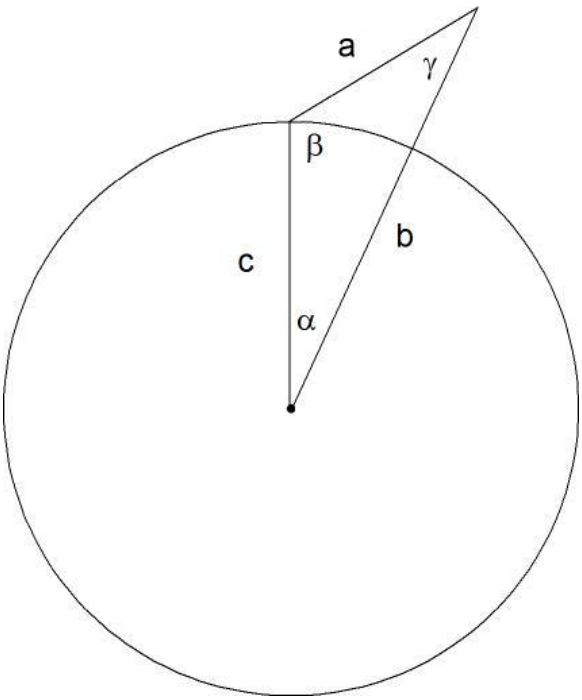
Diese erste vereinfachende Methode ignoriert die Kugelgestalt der Erde und dass die Strecken zwischen den Orten keine Geraden sind. Daher der folgende, etwas kompliziertere Ansatz:

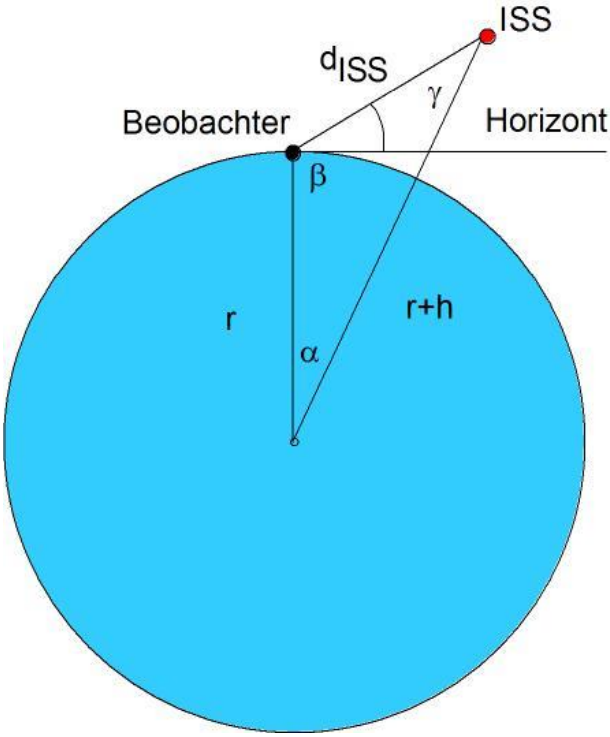
Der Radius (r) der Erdkugel ist bekannt. Bekannt sind auch die geographischen Breiten der Orte: Die Differenz bildet den Winkel α im Erdmittelpunkt.

Der Winkel β setzt sich zusammen aus der gemessenen Elevation und dem rechten Winkel zwischen dem Horizont und dem Erdradius im Beobachtungspunkt: Elevation + 90°.

Da die Winkelsumme im Dreieck stets 180° beträgt, muss $\gamma = 180 - \alpha - \beta$ sein.

Damit sind drei Winkel (α,β. γ) und eine Seite des Dreiecks (r)bekannt.





Die fehlenden Seiten lassen sich mit dem Sinussatz errechnen:

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma} \qquad \frac{d_{ISS}}{\sin\alpha}=\frac{r+h}{\sin\beta}=\frac{r}{\sin\gamma}$$

Die Seite b (Radius$_{(Erde)}$ + Flüghöhe$_{(ISS)}$) ist

$$\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma} \qquad b=\frac{c*sin\beta}{sin\gamma}$$

Beispiel:

Gemessene maximale Elevation in Göttingen (51,55°N): 90°

Gemessene maximale Elevation in Hannover (52,38°N): 77°

a = 6371 km

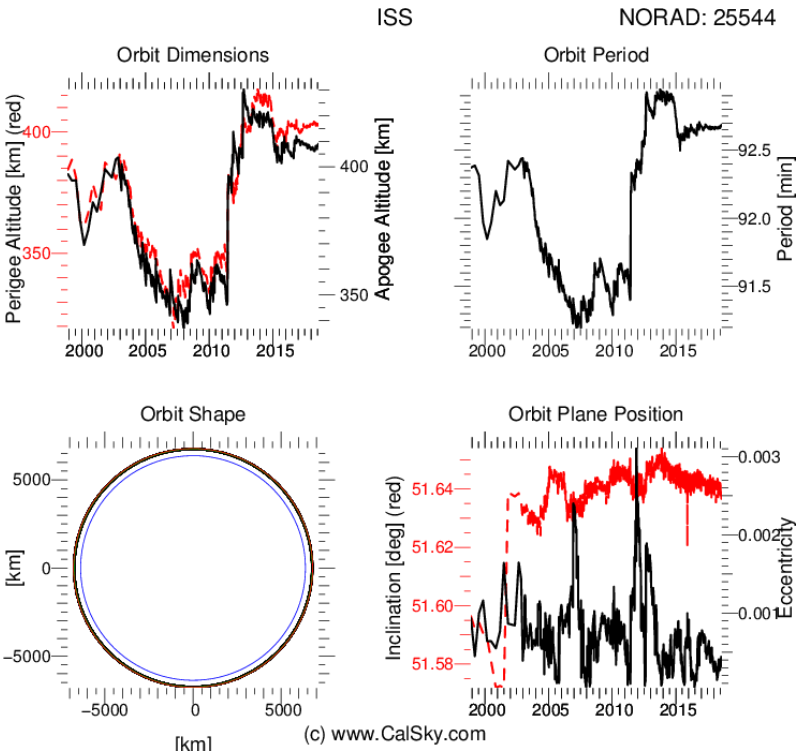
α = 0,83°

β = 77° + 90° = 167°

γ = 180° - 0,83° - 167° = 12,17°

$$b=\frac{6371*sin167}{sin12{,}17}=6798km$$

Flüghöhe(ISS) = 6798 - 6371 = 427 km



https://www.calsky.com/observer/satorbit.cgi?file=25544.png

Die tatsächliche Flughöhe der ISS unterliegt einer gewissen Variabilität. Zum einen ist die Umlaufbahn leicht elliptisch, zum anderen muss sie immer wieder angehoben werden um das reibungsbedingte Absinken auszugleichen.

Die Flughöhe ist bestimmend ist für die Umlaufgeschwindigkeit:
Je höher, desto langsamer bewegt sich das Raumschiff bei darüber hinaus größerer Kreisbahn.

Die ISS ist ein LEO-Satellit (Low Evolution Orbit). Er kann nicht am Himmel "stillstehen" wie es die in größerer Höhe "geoparkten" geostationären Fernsehsatelliten zu tun scheinen. Diese folgen in Wirklichkeit der Erdrotation.

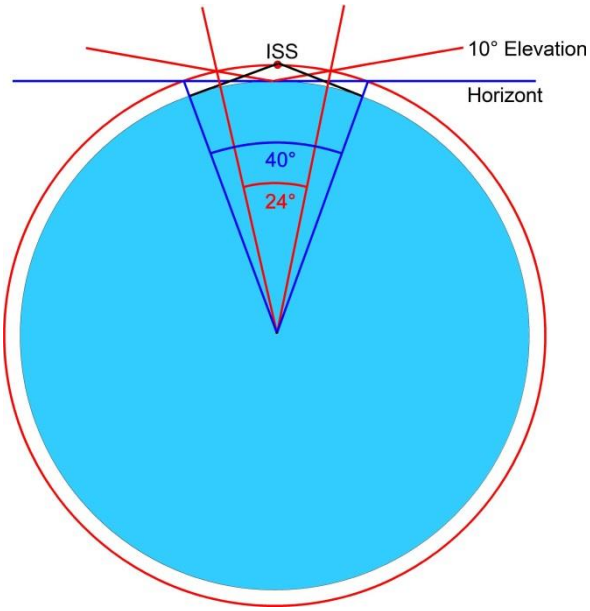
Eine künstliche Sonne für China?

Immer wieder geistert diese Meldung durch die Medien: China habe vor, gigantische das Sonnenlicht einfangende Spiegel im All zu parken und das Land damit nachts taghell zu machen?

Im Rahmen eines Raumfahrt-Projektes wäre es sicher spannend einmal auszuloten ob und unter welchen Bedingungen das möglich wäre.

Wie lange kann man die ISS bei einem Überflug verfolgen?

Das ist zunächst eine Aufgabe für Zirkel, Bleistift und Geodreieck…



Sichtfenster der ISS bei 400 km Bahnhöhe

Zeichnet man die Erde (Radius 6370 km) und den Bahndurchmesser der ISS im selben Maßstab kann man die Ausdehnung des Sichtfensters messen.

Der Weg zwischen Auf- und Untergang am Horizont entspricht einem Winkel von etwa 40°. Bei einer Umlaufzeit von rund 93 Minuten wäre die ISS damit maximal 10 Minuen lang zu sehen.

$$\frac{40°}{360°} * 93\,\text{min} = 10{,}333\ min$$

Dies allerdings unter der Voraussetzung, dass sie den Zenit des Beobachtungsorts durchläuft und dass bis zum Horizont ausgezeichnete Sichtbedingungen herrschen.

Beim Untergang überflöge sie dann einen über 2000 km entfernten Punkt:

$$\left[\frac{40°}{360°} * 40000\ km\right] / 2 = 2222\ km$$

Unter der realistischeren Bedingung, dass die ISS erst oberhalb einer Elevation von 10° sichtbar ist reduziert sich der Winkel des Sichtfensters auf etwa 24°,

die Sichtbarkeitsdauer auf

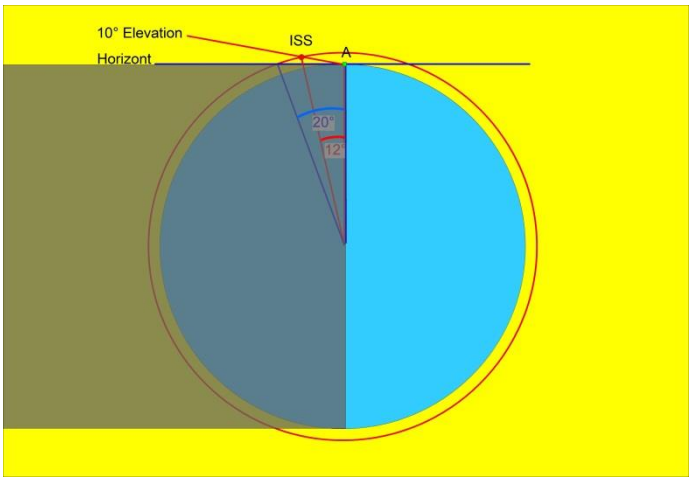
$$\frac{24°}{360°} * 93\,\text{min} = 6{,}2\ min$$

Und die maximale Entfernung auf

$$\left[\frac{24°}{360°} * 40000\ km\right] / 2 = 1333\ km$$

Wie lange nach Sonnenuntergang oder vor Sonnenaufgang ist die ISS zu sehen?

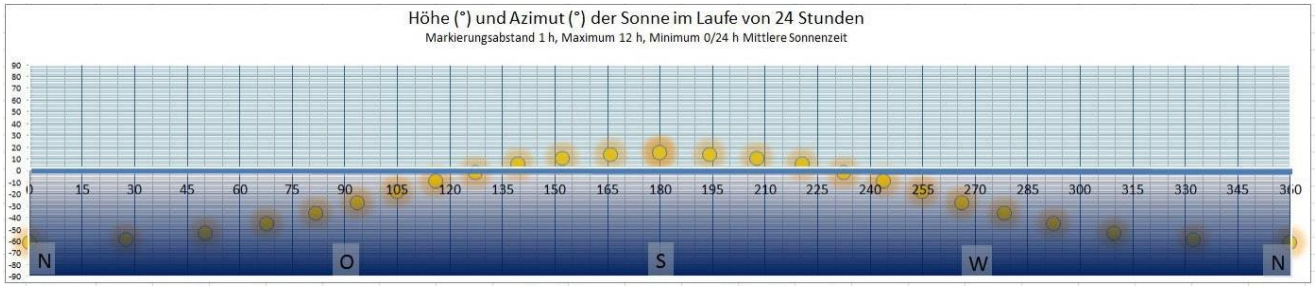
Diese Frage kann man natürlich ebenso durch eine maßstäbliche Zeichnung mit Zirkel und Geodreieck beantworten!



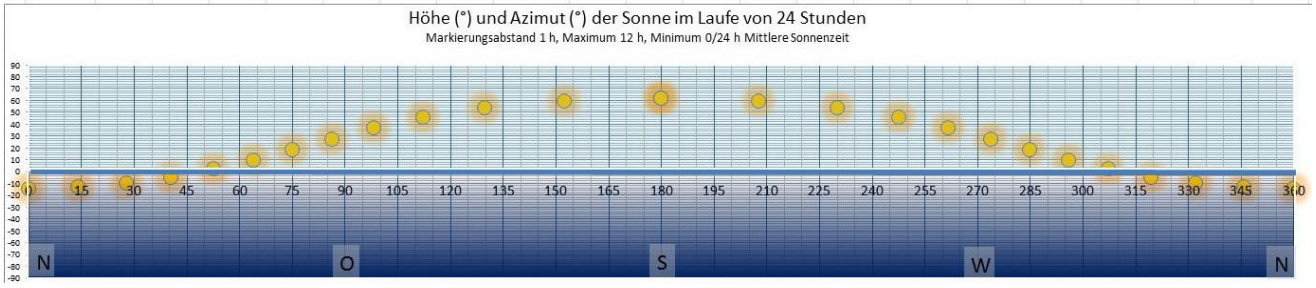
Aus ihr geht hervor, dass die Sonne am Beobachtungsort schon 20° unter dem Horizont steht wenn sie "da oben" untergeht.
Wenn man davon ausgeht, dass die ISS erst sichtbar wird wenn sie sich 10° über dem Horizont befindet verringert sich dieser Winkel auf 12°.
Diese Rechnung gilt natürlich nur dort, wo die ISS im Zenit steht, also senkrecht über dem Beobachter. Andernfalls muss der Zenitwinkel der Raumstation dazu addiert werden.

Unser Programm "Globaler Sonnenstand´-Anzeiger" zeigt die scheinbare Bahn der Sonne für jeden Ort der Erde und zu jeder Zeit. Hier seien nur die Extreme - gültig für Hannover - wiedergegeben:

Dezember



Juni



"Globaler Sonnenstand-Anzeiger" (www.schulbiologiezentrum.info)

Hier lässt sich eine einfache Regel ableiten:

- Im Sommer steht die Sonne mitternachts genau so tief unter dem Nordhorizont wie sie im Winter mittags über dem Südhorizont steht (Hannover - 14,5°)
- Im Winter steht die Sonne mitternachts genau so tief unter dem Nordhorizont wie sie im Sommer mittags über dem Südhorizont steht (Hannover - 61,5°)

Das schränkt die Beobachtung in Winternächsten natürlich deutlich ein. Im Winter kann man sie dafür auch schon mal auf dem Schulweg beobachten!

Wie groß ist der Teil der Erde den man von der ISS aus überblicken kann?

Bei 400 km Flughöhe ist das eine kreisförmige Fläche mit dem Radius

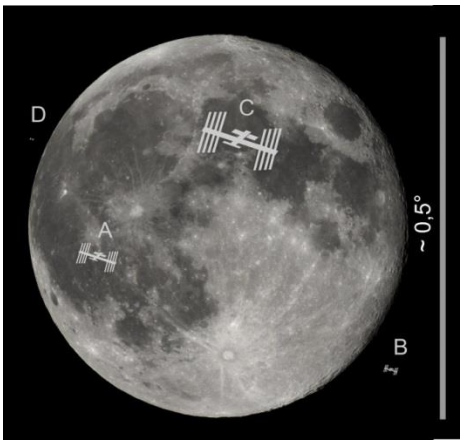
$$\left[\frac{40°}{360°} * 40000\ km\right] / 2 = 2222\ km$$

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Europe_orthographic_Caucasus_Urals_boundary_(with_borders).svg

Wie "groß" ist die ISS am Himmel?

Die ISS hat eine Spannweite von 109 m und eine Länge von etwa 98 m. Gesetzt den Fall, sie überfliegt uns senkrecht und ist dann etwa 400 km entfernt.

Wie groß erscheint sie dann am Himmel?



Was wäre etwa richtig? A, B, C oder D?

Lösung:

$$\tan\alpha = \frac{100m}{400000} = 0{,}00025$$

$$\alpha \approx 0{,}014°$$

Zum Vergleich:
Der Mond hat, von der Erde aus gesehen, einen scheinbaren Durchmesser von 0,5°.

Wie weit ist die ISS von uns entfernt?

Wie hoch zieht sie bei einem Überflug über den Horizont?

Ist die ISS sichtbar und wenn, in welcher Höhe? Gesucht ist die Elevation.

Als bekannt vorausgesetzt sind der Beobachtungsort, der Ort, den die ISS gerade überfliegt sowie ihre Flughöhe. Aus den geographischen Breiten und Längen können die Entfernung auf der Erdoberfläche berechnet werden. Daraus folgt der Winkel α im Erdmittelpunkt.

Siehe dazu auch unsere Arbeitshilfe "Ein globaler dreidimensionaler Wegweiser für den Schulhof" und das dazugehörige EXCEL-Programm "Orthodrome" das Ihnen die Distanz zwischen zwei Orten berechnet.

Mit

φ_A = geographische Breite des Ortes A
φ_B = geographische Breite des Ortes B
λ_A = geographische Länge des Ortes A
λ_B = geographische Länge des Ortes B

ist die Distanz d auf der Erdoberfläche

$$\cos b = \sin\varphi_A * \sin\varphi_B + \cos\varphi_A * \cos\varphi_B * \cos(\lambda_A - \lambda_B)$$

b = Bogenlänge

d = b ∗ π / 180

Die Distanz d ist ein Teil des Erdumfangs, damit ist der Winkel im Erdmittelpunkt

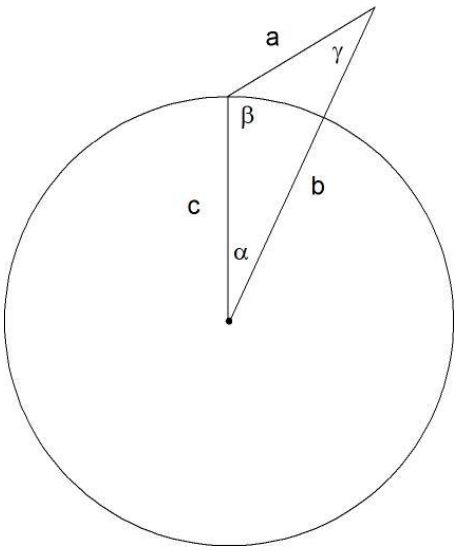
$$\alpha = \frac{d}{U_{Erde}} * 360°$$

Zunächst stehen uns zwei Seiten des Dreiecks, r und r+h und der Winkel α zur Verfügung.

Die dritte Seite errechnet sich aus

$$d_{ISS} = \sqrt{r^2 + (r+h)^2 - 2*r*(r+h)*\cos\alpha}$$

Den Winkel β bestimmen wir mit dem Kosinussatz:



α = arccos((a * a - b * b - c * c) / (-2 * b * c))

β = arccos((b * b - c * c - a * a) / (-2 * c * a))

γ = arccos((c * c - a * a - b * b) / (-2 * a * b))

$$\beta = arccos\left[\frac{(r+h)^2 - r^2 - {d_{ISS}}^2}{-2 * r * d_{ISS}}\right]$$

Optional zur Kontrolle (Winkelsumme = 180°)

$$\gamma = arccos\left[\frac{r^2 - {d_{ISS}}^2 - (r+h)^2}{-2 * d_{ISS} * (r+h)}\right]$$

α =	0,83°
β =	166,32°
γ =	12,85°
SUMME	180

Ist der Winkel β größer als 90° befindet sich die ISS über dem Horizont des Beobachtungsortes. Der Elevationswinkel beträgt β - 90°. Ist β negativ ist sie nicht sichtbar und befindet sich 90° - β unter dem Horizont.

Im konkreten Fall ist die Elevation 166° - 90° = 76°

Kompassrichtung der aktuellen Position

Die Richtung(en) in die man blicken müsste werden durch den eigenen Standort und durch die veränderliche Position der ISS über dem Erdboden bestimmt. Es gibt stets zwei Möglichkeiten denn die Erde ist rund.

Mit

φ_A = geographische Breite des Ortes A
φ_B = geographische Breite des Ortes B
λ_A = geographische Länge des Ortes A
λ_B = geographische Länge des Ortes B

ist die Kompassrichtung (Azimut) α auf der Erdoberfläche

(Anfangs-Kurswinkel der Orthodrome)

$$\cot \alpha = \frac{-\sin\varphi_A * \cos(\lambda_B - \lambda_A) + \tan\varphi_B * \cos\varphi_A}{\sin(\lambda_B - \lambda_A)}$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{cot\alpha}$$

Wie schnell ist die ISS?

Wir haben eine Umlaufzeit von etwa anderthalb Stunden und eine Flughöhe von etwa 400 Kilometer festgestellt.

- Die Flughöhe zum Erdradius addiert ergibt 6370 + 400 = 6770 km.
- Die Umlaufbahn ist 2*π*6770 = 42537,2 Kilometer lang
- 42537,2 km : 1,5h = 28358 km/h oder 7,88 km/s

Die Flughöhe bestimmt die Geschwindigkeit: Anders als ein Flugzeug muss die Raumstation nicht dauernd angetrieben werden. Sie fällt aufgrund ihrer hohen Anfangsgeschwindigkeit gewissermaßen um die Erde herum, so wie eine ausreichend stark beschleunigte Gewehrkugel die Erde umkreisen würde und den unglücklichen Schützen von hinten treffen würde.

Die Geschwindigkeit eines hypothetischen waagerecht abgefeuerten Projektils müsste auf einer luftfreien Erde mehr als 7,9 km/s betragen. Ist sie geringer, fällt die Kugel frühzeitig zu Boden, ist sie größer, gewinnt

sie an Höhe. Die Mindestgeschwindigkeit wird von der Masse der Erde und der daraus resultierenden Fallbeschleunigung ("Schwerkraft") bestimmt. Mit der Höhe nimmt die Mindestgeschwindigkeit ab.

Die Geschwindigkeit der ISS

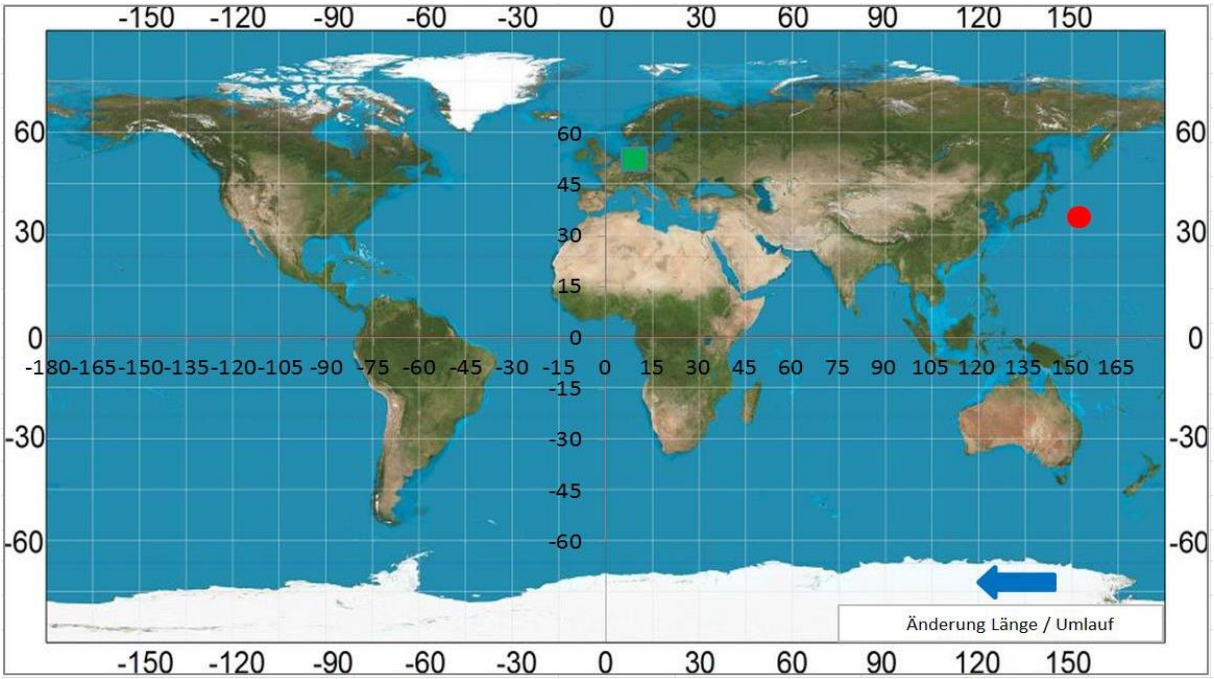
$$=7{,}9*\sqrt{\mathrm{Radius}_{\mathrm{Erde}}/(\mathrm{Radius}_{\mathrm{Erde}}+\mathrm{Höhe}_{\mathrm{ISS}})}$$

$$=7{,}9*\sqrt{6370/(6370+400)}=7{,}67\mathrm{km/s}$$

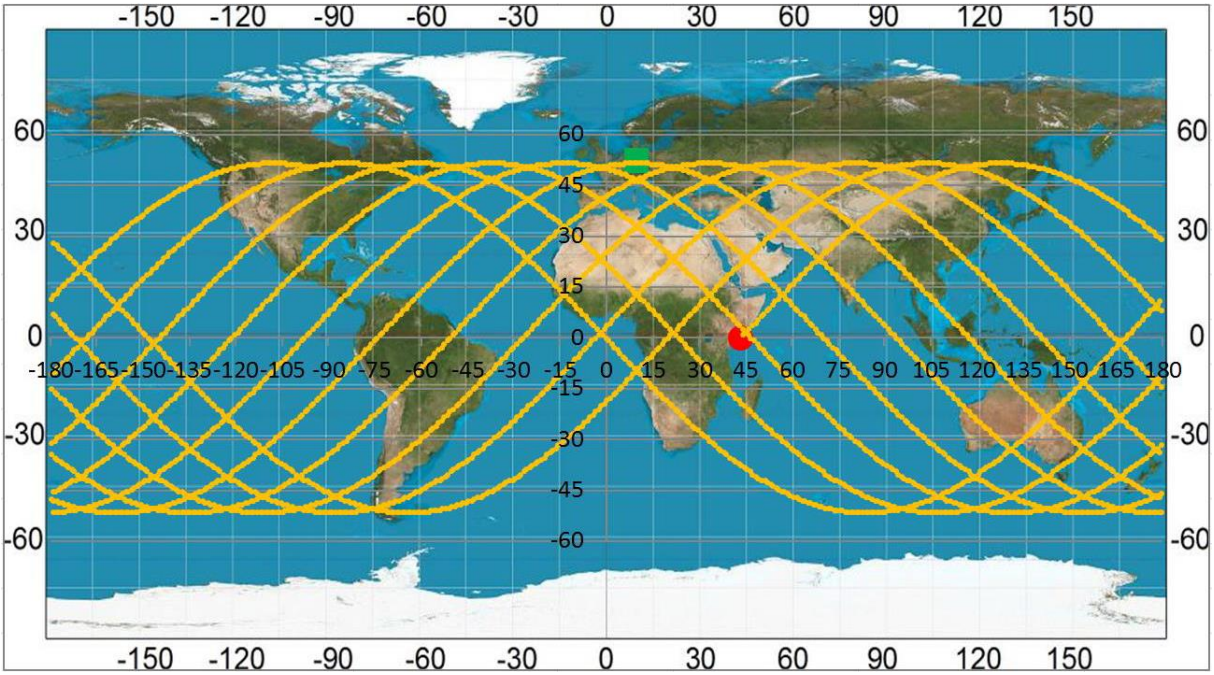
Die von der NASA angegebene mittlere Flughöhe ist 404 km. Die mittlere Umlaufzeit ist folglich mit 92,6 Minuten etwas höher als die grob veranschlagten anderthalb Stunden. Das sind aber nur Mittelwerte: Flughöhe und Umlaufzeit variieren aus mehreren Gründen leicht: Zum einen ist die Umlaufbahn kein idealer Kreis sondern leicht elliptisch, zum anderen bremst die Reibung der auch in der großen Höhe noch vorhandenen Luftteilchen so dass die Umlaufbahn von Zeit zu Zeit unter Energieaufwand wieder erhöht wird.

Berechnung und Visualisierung der aktuellen Position der ISS

Unser EXCEL-Programm zeigt die ISS als über die Erde wandernden roten Punkt. Der gewählte Ort erscheint als grünes Viereck.

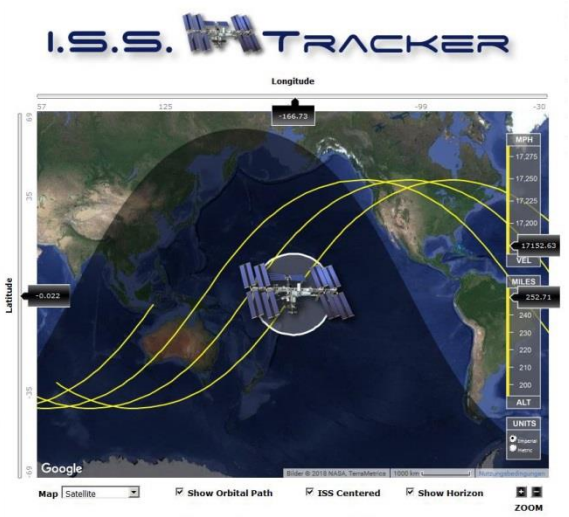


Auf einer zweiten Karte erscheint die Flugbahn in Form einer fortlaufenden Sinuskurve beginnend mit einem Startpunkt dessen Wert im Internet abrufbar ist und der von Zeit zu Zeit aktualisiert werden sollte.



Umlaufbahn der ISS berechnen

Damit das Programm die Bewegung der ISS fortschreiben kann bedarf es eines genau definierten "Startpunktes". Als solcher gilt ein Überschreiten des Äquators in nördlicher Richtung und die dazugehörige Zeit. Dieses Equator Crossing (EQX) hat die Koordinaten 0° Breite und eine bestimmte Länge (-180° bis +180°).
Im Prinzip kann jeder aufwärts gerichtete Äquatorübergang als Start verwendet werden.
Methodisch bieten sich drei Verfahren an:



Im einfachsten Fall verfolgt man die ISS mit Hilfe des ISS Trackers (http://www.isstracker.com) und notiert die Zeit und die Koordinaten beim EQX. Das kann man etwa 15mal pro Tag machen. Im abgebildeten Fall wurde das EQX am 01.07.18 um 14:57 MESZ gewählt.
Auf UTC reduziert ist die Basis 01.07.18 12:57.

Die im ISS-Tracker beim Äquatorübergang angezeigte Länge beträgt -166,7°.

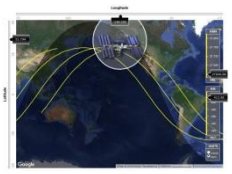
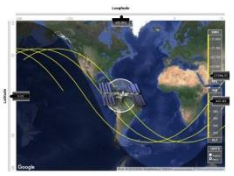
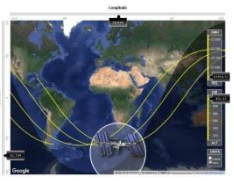
Wenn Datum, Uhrzeit und Länge eingetragen werden und das Zeitmodul aktiviert ist (STRG+SHIFT+A) beginnt die der rote Punkt ("ISS") die Erde zu umkreisen.

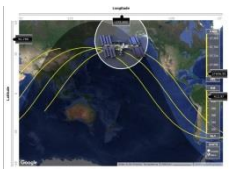
Die zweite Möglichkeit nutzt die Tatsache dass die ISS eine Bahnneigung von fast 52° hat. Damit erreicht sie über 52° nördlicher Breite und damit auch Deutschland ihre größte Breite und Höhe über dem Horizont. Über Göttingen kann sie senkrecht hinwegziehen (Zenit).
Passt man bei geeigneten Sichtbedingungen den Moment der höchsten Elevation ab und notiert die Zeit kann man daraus das letzte EQX berechnen.

- Die ISS hat eine Umlaufzeit von 92,6 Minuten und bewegt sich scheinbar nach Osten.
- Innerhalb dieser Zeit hat sich die Erde um 23,15° nach Westen gedreht.

$$360° * \frac{92,6}{1440} = 23,15°$$

- Folglich überfliegt sie bei einem Umlauf 360 + 23,15 = 383,15 Längengrade.



14:15	14:38	15:01	15:24	15:47
+51,8°	0°	-51,8°	0°	+51,9°
-149,1°	-65,5°	18,9°	102,9°	-172,9°
	Delta (λ)= 83,6°	Delta (λ)= 84,4°	Delta (λ)= 84,0°	Delta (λ)= 84,2°
	Delta T= 23min	Delta T= 23min	Delta T= 23min	Delta T= 23min

Umlaufzeit 4 x 23 = 92 Minuten, Delta Umlauf / Umlauf 23,8° westlich.
Die so gemessene Längendifferenz zwischen größter Nordbreite und Äquatordurchgang beträgt etwa 84°. Ein Umlauf entspricht nur 336° und nicht 360°, weil die Erde sich während der anderthalb Stunden um 23° weitergedreht hat.
Die Tatsache, dass der "Versatz" nicht 23,15 Grad sondern 24° beträgt weist auf die bereits erwähnte Präzession der Bahnebene hin die mit etwa -5° pro Tag zu Buche schlägt. Hinzuzufügen ist etwa - 1° pro Tag durch den Umlauf der Erde um die Sonne. Das führt zu etwa -0,4 Grad pro Umlauf.
Wenn die ISS über Hannover (etwa 10° östliche Länge) beispielsweise um 22:15 ihre größte Höhe über dem Südhorizont erreicht lässt sich vermuten, dass sie den Äquator um 22:15 - 00:23 = 21:53 aufsteigend bei 74° westlicher Länge gekreuzt hat.
Diese beiden Methoden eignen sich um z.B. mit Hilfe der Tabellenkalkulation die nächsten Umläufe zu berechnen. Die Ur-Versionen des Programms kannten noch das Eingabefeld "Länge des EQX" und diese Länge war entweder mithilfe des ISS-Trackers zu bestimmen oder nach Beobachtung der ISS in Deutschland zurückzurechnen.
Unser Programm folgt jetzt einer dritten Methode. Sie basiert auf im Internet abrufbaren Daten z.B. der NASA. Damit ist das Programm prinzipiell auch in der Lage andere Satelliten zu verfolgen sofern vergleichbare Daten verfügbar sind. Mit einer Einschränkung: Die Inklination darf höchstens 60° betragen, andernfalls wird die Position des Satelliten auf der Weltkarte zu ungenau dargestellt.

Die zur Eingabe erforderlichen Daten sind:

- Die mittlere Bahnhöhe des Satelliten in Kilometern
  (vereinfacht das Mittelmaß zwischen Peri- und Apogäum → Erdnähe bzw. Erdferne)
- Die Inklination (Bahnneigung gegen den Äquator) in Grad
- Datum und Zeit (UTC) der Epoche
- Der Zeitpunkt des Äquatorübertritts (aufsteigend, d.h. in Nordrichtung) fällt bei der ISS nahezu mit der Epoche zusammen. Dadurch kann auf das "Argument des Perigäums" und die "Mittlere Anomalie" verzichtet werden.
- Der Ort des Äquatorübertritts in Bezug auf den Frühlingspunkt (RAAN: Right Ascension of Ascending Node →Rektaszension des aufsteigenden Knotens in Grad)

Daraus berechnet das Programm die Sternzeit in Nullmeridian (GMST, Greenwich) und die geographische Länge des Äquatorübertritts (EQX).

Die einzugebenden Daten findet man z.B. auf der Seite www.heavens-above.com
Dort fand man am 9. Juli 2018 folgende Angaben:

Epoche* (UTC):	Sonntag, 1. Juli 2018 12:57:22	Datum Uhrzeit (UTC)
Exzentrizität:	0,000382	Abweichung vom Kreis
Inklination:	51,6407°	Bahnneigung zum Äquator
Höhe des Perigäums:	402 km	Erdnähe
Höhe des Apogäums:	408 km	Erdferne
Rektaszension des aufsteigenden Knotens:	307,1705°	Schnittpunkt Bahn / Äquator
Argument des Perigäums:	248,8796°	

Mittlere Bewegung (Umrundungen pro Tag):	15,53976578	
Mittlere Anomalie:	111,1949°	
Anzahl an Umrundungen:	Sonntag, 1. Juli 2018 12:57:22	

*) Als **Epoche** (von griechisch εποχή *epoché* „Anhalten“, „Haltpunkt [in der Zeitrechnung]“; in der Astronomie speziell „fester Zeitpunkt, in Bezug auf den Positionen definiert und ihre Änderungen berechnet werden“)[1][2] wird in der Astronomie ein Zeitpunkt bezeichnet, auf den sich die Angaben von Himmelskoordinaten, Bahnelementen oder Ephemeriden beziehen. (Wikipedia)

Die für unser Programm notwendigen Daten der jeweiligen Epoche sind grau unterlegt.
Vorausgesagt wird ein Äquatordurchgang am Sonntag, 1. Juli 2018 um 12:57:22 (Weltzeit, UTC).
Die Rektaszension des aufsteigenden Knotens (RAAN) ist 307,1705°. Dies ist der Winkel zum Frühlingspunkt, der Position der Sonne zur Frühjahrs-Tagundnachtgleiche (aus der Erdperspektive).

Die einzugebende mittlere Höhe der ISS ist näherungsweise der Mittelwert der beiden Höhen in Erdnähe und -ferne (Perigäum, Apogäum), hier also etwa 405 km. Die Höhe bestimmt die Bahngeschwindigkeit und Sie können durch Variieren der Eingabe "Höhe" ausprobieren, wie stark sich die (angezeigte) Geschwindigkeit damit die Position der ISS verändert.

Die Bahnneigung (Inklination) ändert sich im Laufe der Zeit nur wenig, dennoch gibt es dafür ein eigenes Eingabefeld.

2-Line-Elements

Die Kepler-Daten der meisten Satelliten werden im so genannten Zwei-Zeilen-Format veröffentlicht.
Hier am Beispiel für den 9. Juli 2018, 12:20:02

```
1 25544U 98067A   18190.51392250  .00016717  00000-0  10270-3 0  9036
2 25544  51.6399 267.4297 0003761 287.1916  72.8824 15.54018618  1981
```

Die in diesem Beispiel für uns wichtigen Elemente

18190.51392250	Die ersten beiden Ziffern geben die Jahreszahl nach 2000 wieder: 18 ≙2018 Die nächsten 3 Ziffern die Tageszahl des Jahres 190 ≙09.07.2018 Die Nachkommastellen beziehen sich auf den Tages-Bruchteil 51392250 ≙12:20:02
51,6399°	Inklination in Grad
267,4297	RAAN (Rektaszension des aufsteigenden Knotens)
15,54018618	Zahl der Umläufe pro Tag

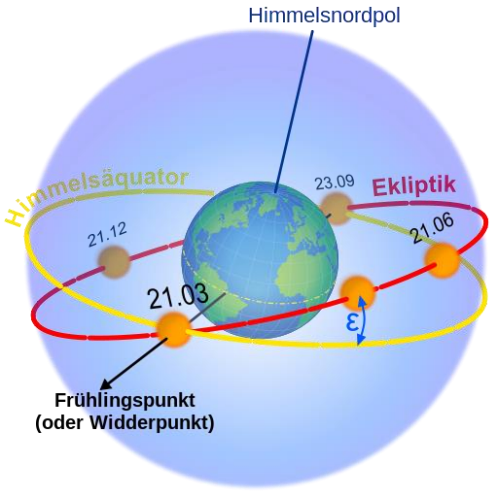
Ein kleines Excel-Programm übersetzt die Epoche (hier 18190.51392250)
In ein Datum und eine Uhrzeit:

Man achte darauf, dass der Winkel des RAAN sich zwischen beiden Terminen um 39,7408° verringert hat. Wenn man diese Differenz mit der verstrichenen Zeit in Beziehung setzt erhält man das Maß der bereits angesprochenen Knotenwanderung

EQX, Frühlingspunkt und RAAN (aufsteigender Knoten)

Wo im Raum befindet sich die ISS (oder ein anderer Satellit) zu einer bestimmten Epoche?
Eine Epoche bezieht sich auf einen konkreten aufsteigenden Äquatorübergang (EQX) dessen Zeitpunkt auf die Sekunde genau vorhersagbar ist. Im Moment des EQX tritt das Raumschiff auf einer bestimmten geographischen Länge des Äquators von der Südhemisphäre der Erde in die Nordhemisphäre über. Die Länge des EQX ist der Fixpunkt der Positionsberechnung nach bzw. vor der Epoche muss aber - da in den Datensätzen nicht enthalten - erst errechnet werden

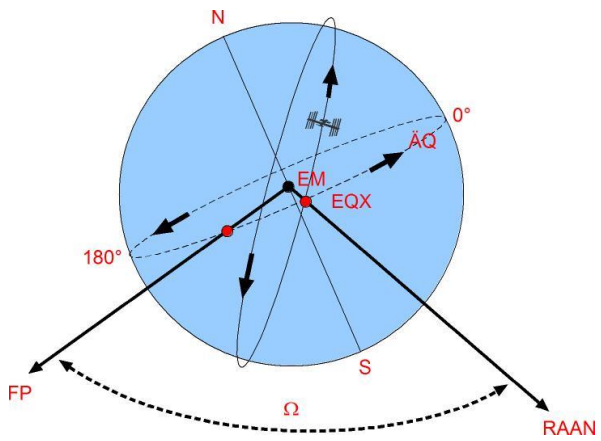
Die Erde dreht im Laufe eines Tages um ihre Achse und rotiert dabei im Laufe eines Jahres um die Sonne. Ein Punkt auf oder über der Erde ist daher kein wirklicher Fixpunkt. Man mag den GPS-Wert eines Ort noch so genau darstellen, er bezieht sich nur auf die Erdoberfläche.
Die Astronomie weist jedem Himmelskörper eine eindeutige und genaue Adresse zu. Deklination und Rektaszension sind mit geographischer Breite und Länge vergleichbar.
Die Deklination ist die Projektion der Breitengrade ins All: Ein Stern mit der Deklination 0° zieht stets genau senkrecht über dem Äquator, der Polarstern hat die Deklination 90°.
Dies kann für die Längengrade nicht gelten denn die Erde rotiert unter dem Sternenhimmel. Notwendig für den Längengraden entsprechende Koordinaten ist ein Ruhepol im All, der Frühlingspunkt.



Der Frühlinkspunkt ist kein wirklicher Ort sondern die ins Unendliche verlängerte Linie die durch den Erdmittelpunkt und den Schnittpunkt zwischen Himmelsäquator und der aufsteigenden scheinbaren jährlichen Sonnenbahn (Ekliptik) geht.

Der Frühlingspunkt hat die Deklination 0° denn er liegt genau senkrecht über dem Äquator.

Täglich einmal steht er senkrecht über einem auf dem Äquator liegenden Ort auf der rotierenden Erde.
Grafik: Wikipedia, Frühlingspunkt



ÄQ: Äquator
EM: Erdmittelpunkt
N: Nordpol
S: Südpol
FP: Frühlingspunkt
RAAN: (siehe Text)
Ω: Winkel zwischen FP und RAAN

Grafik: Ingo Mennerich

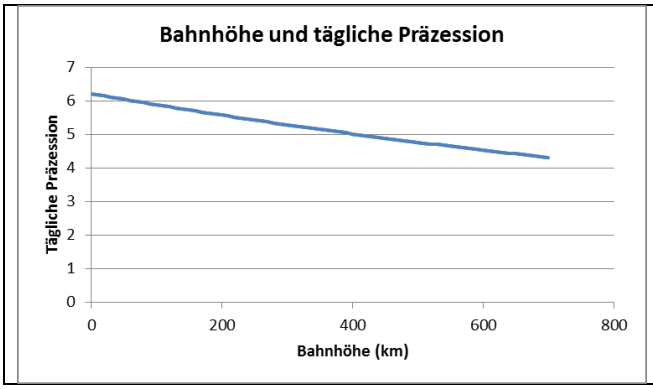
Wie stark wandert der Knoten?

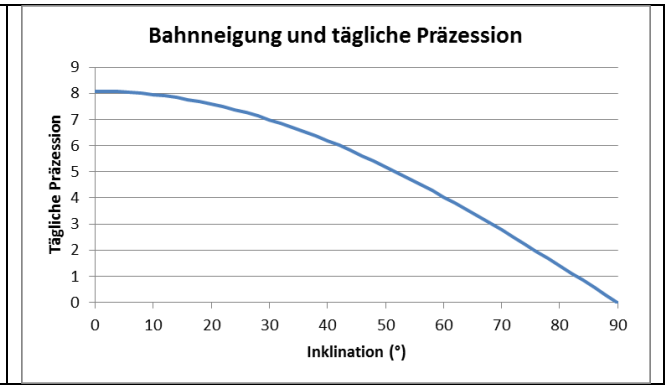
Der Bahnknoten liegt nicht fest i Raum. Das liegt daran, dass die Erde keine Kugel ist sondern durch die Eigenrotation einen Äquatorwulst bildet (Rotationsellipsoid). Dadurch drehen sich die Bahnebenen langsam westwärts gegen die Rotationsrichtung der Erde.
Das Ausmaß der Knotenwanderung hängt ab von der Höhe des Satelliten und von der Bahnneigung.
Die folgende Näherungsformel gibt die Knotenwanderung *p* (in Grad) pro Tag wieder:

$$\rho = 10 * \cos i * [r/(r+h)]^{7/2}$$

Aus dem Erdradius *r* (6370 km), der Bahnhöhe *h* (ISS ≈ 400 km) und der Inklination *i* (ISS ≈ 51,6°) folgt eine tägliche Präzession von 5,01°.

Die Abhängigkeiten von Bahnhöhe und Inklination zeigen diese beiden Diagramme;





Genauere und aktuellere Werte erhalten wir, indem wir die Rektaszensionen zweier Epochen subtrahieren und durch die Anzahl der dazwischen verstrichenen Tage teilen.

Beispiel:

Datum / Zeit (UTC)	RAAN(°)	
01.07.2018 12:57	307,1705	
09.07.2018 12:20	267,4297	

Δ = 7,974074074 Tage	Δ =39,7408	

$$p = \frac{39{,}7408°}{7{,}94074074d} = 4{,}98375105°/\text{Tag}$$

Bestimmung der Länge des EQX mit Hilfe einer drehbaren Sternkarte

Die hier gezeigte Drehbare Sternkarte von ASTROMEDIA ist sehr preisgünstig und dabei sehr präzise.

Wie alle drehbaren Sternkarten verfügt sie über zwei unabhängige Skalen für das Datum und die Uhrzeit.
Die Datumsskala ist mit der Skala Rektaszension gekoppelt.
Wenn das Datum und die Zeit durch Drehen in Deckung gebracht werden lässt sich die Rektaszension und damit die Sternzeit direkt am Meridian (Süden) ablesen:

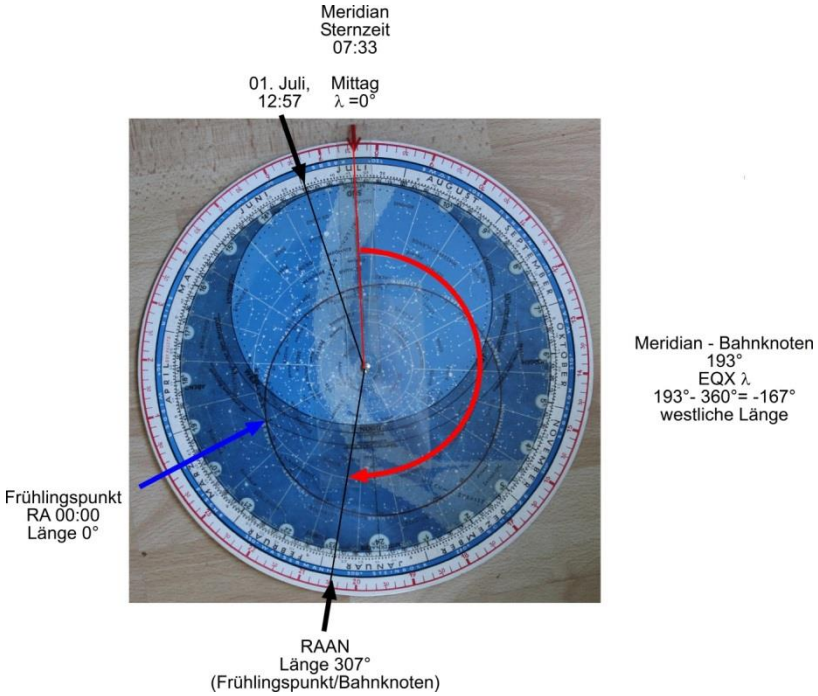
Im Beispielfall 07:33.

Drehbare Sternkarten (KOSMOS) sind im Schulbiologiezentrum ausleihbar.

Foto: Ingo Mennerich

RAAN in EQX verwandeln

1. Datum und Zeit einstellen (GMT, UTC)
2. Sternzeit (GMST) im Meridian ("Süden") ablesen (äußeres Zifferblatt)
3. RAAN einstellen: Roten Zeiger vom Frühlingspunkt aus im Uhrzeigersinn und in Schritten von 15-Grad bewegen bis der Winkel des RAAN erreicht ist.
4. Sternzeit des RAANs ablesen (äußeres Zifferblatt)
5. Sternzeit GMST von Sternzeit RAAN abziehen und in Winkel umrechnen
6. Ist der Winkel größer als 180° dann 360° davon abziehen



Beispiel:
01. Juli 2018, 12:57 UTC
RAAN 307°
→Abgelesene Sternzeit GMST: 07:33 (7,55h)
→ Abgelesene Sternzeit RAAN: 20:25 (20,42h

Länge (λ) = RAAN - GMST
20,42 - 7,55= ≙12,87h x 15 = 193°

193° > 180° daher folgt:
193° - 360° = - 167°
Der Satellit überquert den Äquator nordwärts auf 167° westlicher Länge.

EQX = -167°

Grafik: Ingo Mennerich

Umrechnung RAAN und Sternzeit in geographische Länge des EQX

Erster Schritt:

Bestimmung der Sternzeit (um 12:57:22 UTC)

Der Nullpunkt der Sternzeit (00:00) ist der örtliche Meridiandurchgang des Frühlingspunktes, also der Sonne am Tag der Tag-und-Nachtgleiche im Frühling. Der Frühlingspunkt hat die Rektaszension 0°.

- Um 12:00 lokaler (nicht gesetzlicher) Zeit am Tage des Frühjahräquinoktiums ist die Sternzeit 00:00.
- Der Frühlingspunkt geht aufgrund der Bewegung der Erde um die Sonne jeden Tag etwa 4 Minuten früher durch den Meridian (genau 3min56s).
- Damit nimmt die Sternzeit bezogen auf die irdische Zeit täglich um etwas weniger als 4 Minuten zu.
- Zwischen dem Äquinoktium am 20. März 2018 12:00 und dem 1. Juli 2018 12:00 sind 103 Tage vergangen.

Am 1, Juli 12:00 lokaler Zeit wäre die Sternzeit 103 Tage *4min =412 Minuten oder 6 Stunden 42 Minuten. Genau genommen müssen wir noch 4 Sekunden pro Tag abziehen (= 412 Sekunden oder ungefähr 6,5 Minuten) weil der Sterntag 23 h 54min 4,19s lang und damit nicht vier sondern nur 3 Minuten und 56 Sekunden kürzer als uns vertrautere Sonnentag.

Um 12:00 Ortszeit ist die Sternzeit also 06:36

Um 12:57 ist die Sternzeit 07:33

Zweiter Schritt:

Bestimmung des zur Sternzeit passenden Winkels zum Frühlingspunkt und der geographischen Länge des RAAN

Der der Sternzeit 07:33 entsprechende Rektaszensionswinkel ist

$$= \frac{7{,}55}{23{,}98} * 360° = 113{,}25°$$

Die Differenz beträgt

$$\lambda = \text{RAAN - Rektaszensionswinkel Sternzeit}$$

$$307{,}17° - 113.25° = 193{,}2°$$

Da unser Koordinatensystem nur Werte zwischen - 180° und +180° zulässt und das Ergebnis hier größer ist als 180 werden 360° abgezogen:

$$\lambda = 193{,}2 - 360 = 166{,}8°$$

Die ISS tritt also auf etwa 167° westlicher Länge über den Äquator.

So ermittelt man en Äquatorübertritt eines Satelliten

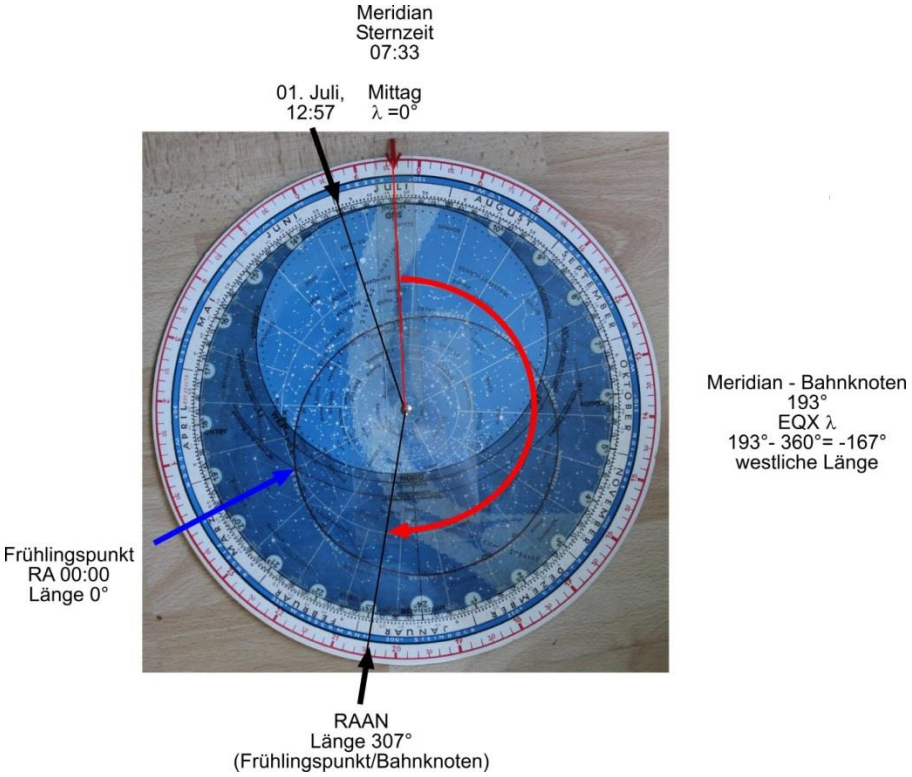
Bringen Sie Datum (feste Scheibe) und Uhrzeit (drehbare Scheibe) in Deckung. Lesen Sie die Sternzeit im Meridian (12 Uhr) am äußersten Scheibenrand ab.

Die Rektaszension bzw. der Rektaszensionswinkel ist der Winkel zum Frühlingspunkt. Dieser ist auf der Sternkarte erkennbar am Schnittpunkt der aufsteigenden Ekliptik ("Tierkreis") mit dem Himmelsäquator. Hier beträgt die Rektaszension und Sternzeit 00:00, das Datum ist der 21. März.

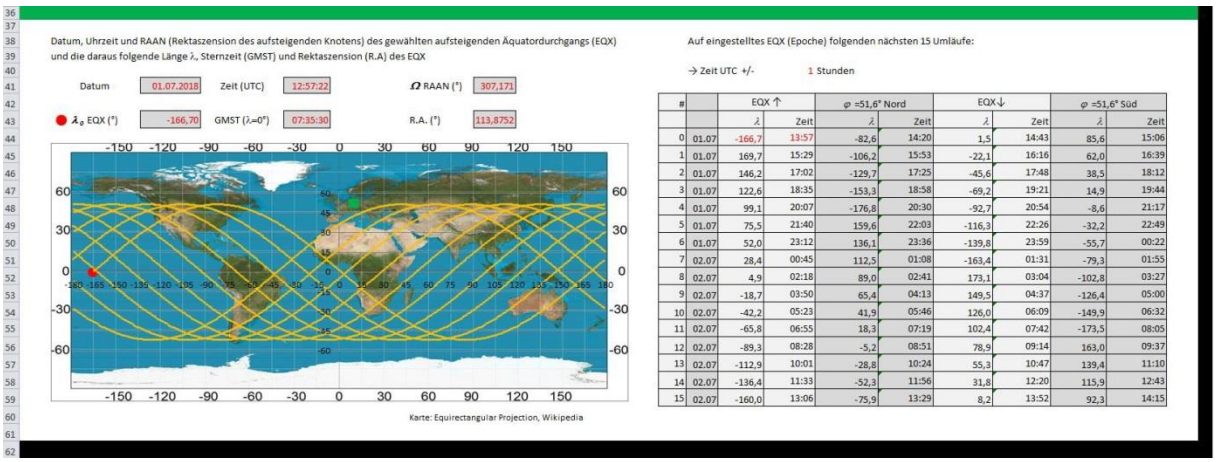
Einige Sternkarten verfügen über eine 360° Einteilung, beginnend mit 0° im Frühlingspunkt. Dann kann der Rektaszensionswinkel RAAN direkt abgelesen werden. In jedem Fall ist die Sternkarte eingeteilt in 24 Sektoren zu je 15 Grad (oder 12 zu je 30°) und man muss nur entsprechend interpolieren.

Stellen Sie den Zeiger auf den RAAN-Winkel ein und bestimmen Sie dann den Winkel zwischen dem Meridian und dem RAAN.

Ziehen Sie die Sternzeit vom Winkel des RAAN ab. Die Differenz ist die Länge östlich des Nullmeridians.
Das Koordinatensystem der Erde hat 180 östliche und 180 westliche Längenkreise.
Ist der Wert größer als 180° müssen 360° abgezogen werden. Negative Werte bedeuten westliche Länge.



Bahn der ISS für die nächsten auf ein bestimmtes EQX folgenden Umläufe



Datum, Uhrzeit und RAAN (Rektaszension des aufsteigenden Knotens) des gewählten aufsteigenden Äquatordurchgangs (EQX) und die daraus folgende Länge λ, Sternzeit (GMST) und Rektaszension (R.A) des EQX

Datum	01.07.2018	Zeit (UTC)	12:57:22	Ω RAAN (°)	307,171
λ_P EQX (°)	-166,70	GMST (λ=0°)	07:35:30	R.A. (°)	113,8752

Karte: Equirectangular Projection, Wikipedia

Auf eingestelltes EQX (Epoche) folgenden nächsten 15 Umläufe:

→ Zeit UTC +/- 1 Stunden

#		EQX ↑		φ =51,6° Nord		EQX↓		φ =51,6° Süd	
		λ	Zeit	λ	Zeit	λ	Zeit	λ	Zeit
0	01.07	-166,7	13:57	-82,6	14:20	1,5	14:43	85,6	15:06
1	01.07	169,7	15:29	-106,2	15:53	-22,1	16:16	62,0	16:39
2	01.07	146,2	17:02	-129,7	17:25	-45,6	17:48	38,5	18:12
3	01.07	122,6	18:35	-153,3	18:58	-69,2	19:21	14,9	19:44
4	01.07	99,1	20:07	-176,8	20:30	-92,7	20:54	-8,6	21:17
5	01.07	75,5	21:40	159,6	22:03	-116,3	22:26	-32,2	22:49
6	01.07	52,0	23:12	136,1	23:36	-139,8	23:59	-55,7	00:22
7	02.07	28,4	00:45	112,5	01:08	-163,4	01:31	-79,3	01:55
8	02.07	4,9	02:18	89,0	02:41	173,1	03:04	-102,8	03:27
9	02.07	-18,7	03:50	65,4	04:13	149,5	04:37	-126,4	05:00
10	02.07	-42,2	05:23	41,9	05:46	126,0	06:09	-149,9	06:32
11	02.07	-65,8	06:55	18,3	07:19	102,4	07:42	-173,5	08:05
12	02.07	-89,3	08:28	-5,2	08:51	78,9	09:14	163,0	09:37
13	02.07	-112,9	10:01	-28,8	10:24	55,3	10:47	139,4	11:10
14	02.07	-136,4	11:33	-52,3	11:56	31,8	12:20	115,9	12:43
15	02.07	-160,0	13:06	-75,9	13:29	8,2	13:52	92,3	14:15

Das Programm errechnet die "Eckpunkte" für die nächsten 90 Umläufe (hier am Beispiel 01.07.2018 mit dem (EQX -166,7°).

Die nebenstehende Tabelle zeigt die geographischen Längen und Zeiten (MEZ/MESZ) für diese Ereignisse:

- Äquatorübertritt aufsteigend
- Größte Nordbreite
- Äquatorübertritt absteigend

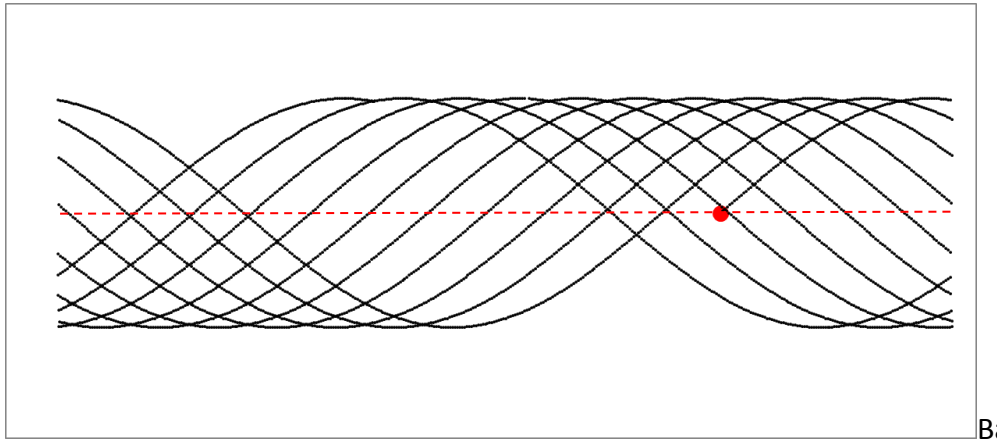
- Größte Südbreite

Gültigkeitsbereich unseres EXCEL-Programms

Das Programm ist ausgelegt für die Internationale Raumstation. Das gilt besonders für den unteren Teil, der die nächsten Umläufe zeigt.
Im ersten Teil können Sie auch die Daten anderer und vielleicht auch erdachter Satelliten mit anderen Höhen und Bahnneigungen eingeben und ausprobieren wie sich das auswirkt.

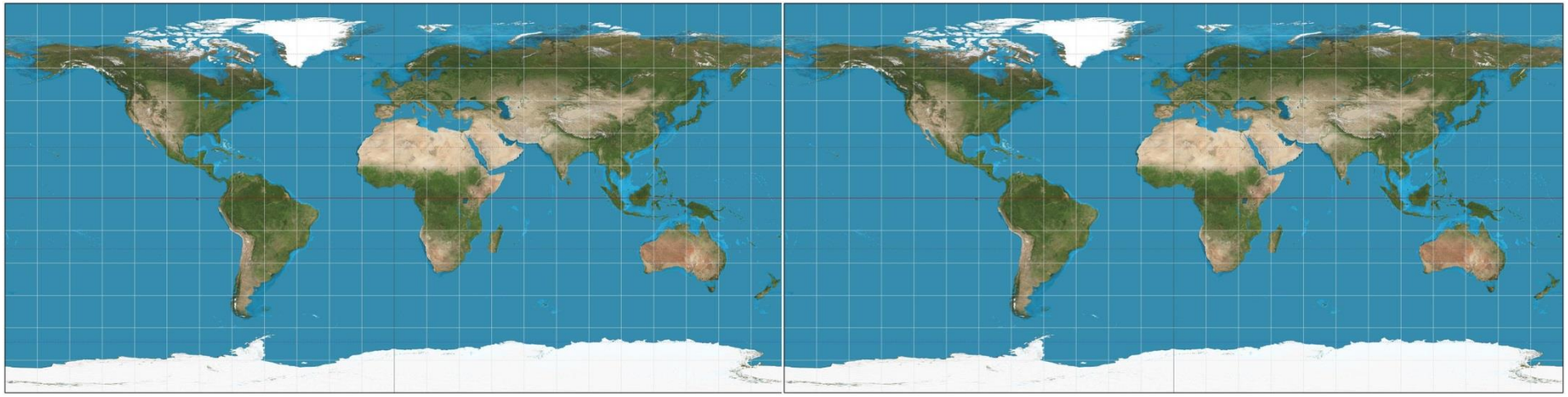
Beachten Sie bitte, dass im Falle der ISS die veröffentlichten Bahndaten ("Epoche") mit dem Zeitpunkt eines aufsteigenden Äquatorübertritts zusammenfällt und dass ihre Umlaufbahn nahezu kreisförmig ist woraus eine nahezu gleichmäßige Geschwindigkeit folgt. Dies ist ein Sonderfall!
Wer ein für alle Satelliten gültiges Programm schreiben möchte, muss das "Argument des Perigäums" und die "Mittlere Anomalie" mit einbeziehen und sich mit den Kepler-Gleichungen elliptischer Umlaufbahnen beschäftigen.

Bahnverlauf der ISS (Kopiervorlage)



Bahnverlauf der ISS auf Folie kopieren und ausschneiden

"Doppelte Weltkarte" im gleichen Maßstab ausdrucken



Markierten Startpunkt auf die für den letzten RAAN errechnete Länge am Äquator legen

Der durch die Drehung der Erde von West nach Ost und durch die Knotenwanderung versursachte Bahnversatz pro Umlauf beträgt etwa 24° in westlicher Richtung.

Und zum Schluss noch ein wenig Mathematik…

Die hinter dem EXCEL-Programm stehenden Formeln entnahmen wir G.D. Roth (Hrsg), Handbuch für Sternfreunde, Band 2, Springer Verlag. Berlin Heidelberg 1980.

Aus der Eingabe der Bahnhöhe *h* (in Kilometern), dem Radius$_{(Erde)}$ r = 6370 km und der Kreisbahngeschwindigkeit (h_o) an der Erdoberfläche K_0 = 7,9 km/s

folgt die Bahngeschwindigkeit *K* (in km/s)

$$K = K_0 * \sqrt{r/(r+h)}$$

Die Umlaufzeit *U* (in Sekunden) ist dann

$$U = 2\pi * [(r + h/K]$$

Die Präzession, die von der Bahnhöhe abhängige Wanderung des Bahnknotens (Schnittpunkt der aufsteigenden Bahn mit dem Äquator) beträgt (in Grad) pro Tag

$$\rho = 10 * \cos i * [r/(r+h)]^{7/2}$$

Einzugeben ist die Bahnneigung *i* gegen den Äquator (in Grad). Sie ist identisch mit der maximalen geographischen Breite die senkrecht überfolgen wird.

Grundlage der fortlaufenden Positionsberechnung ist die geographische Länge (λ_0) bei der die ISS zum Zeitpunkt (t_0, UTC) aufsteigend von Süden nach Norden den Äquator kreuzt.

Die seit t_0 verstrichene Zeit *t* folgt aus

$$t = t_{UTC} - t_0$$

d.h. aus der in UTC verwandelten Systemzeit des Computers abzüglich der Zeit des Äquatorübertritts.

Die sich mit *t* ändernde geographische Breite φ folgt aus

$$\varphi = arcsin\left[\sin i * \sin(\frac{360 * t}{U})\right]$$

mit der Zeit *t* in Sekunden.

Die Berechnung der jeweiligen geographischen Länge λ erfolgt nach der Formel

$$\lambda = \lambda_0 + arctan\left[\cos i * \tan(\frac{360 * t}{U})\right] - 0{,}25 * t_m - (\rho + 0{,}986) * t_d$$

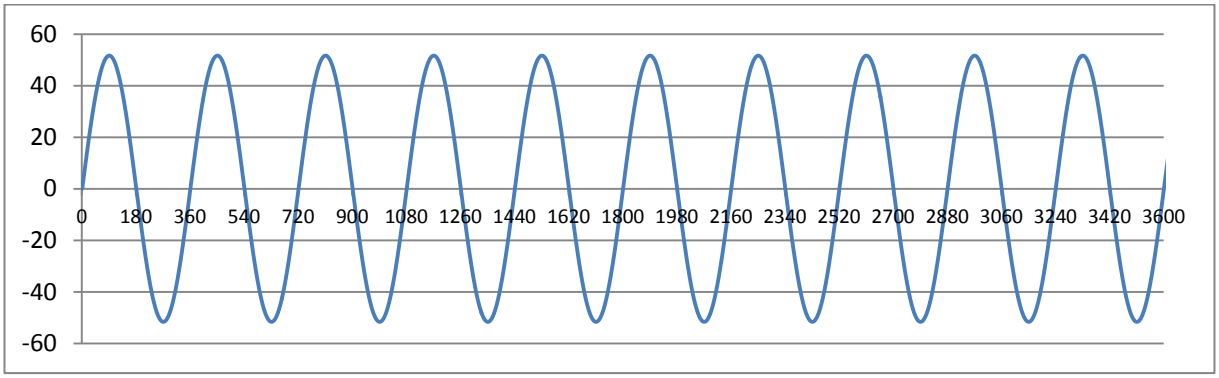
wobei die Zeiten t_m und t_d in Minuten bzw. Tagen einzugeben ist.

Umwandlung der fortlaufenden Sinusschwingung in geographische Länge

Die nahezu kreisförmige Umlaufbahn der ISS erscheint in winkeltreuer Zylinderprojektion wie aufeinanderfolgende Sinuskurven. Um das so darstellen zu können sind folgende Schritte notwendig:

Zunächst wird eine fortlaufende Sinusschwingung mit der Amplitude (=Bahnneigung 51,6°) erzeugt:

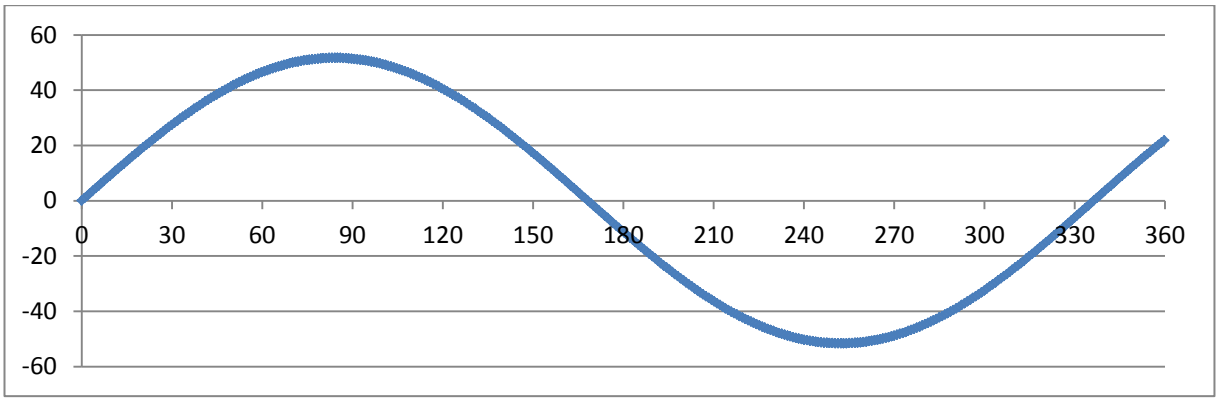
$$y = \sin x * A$$

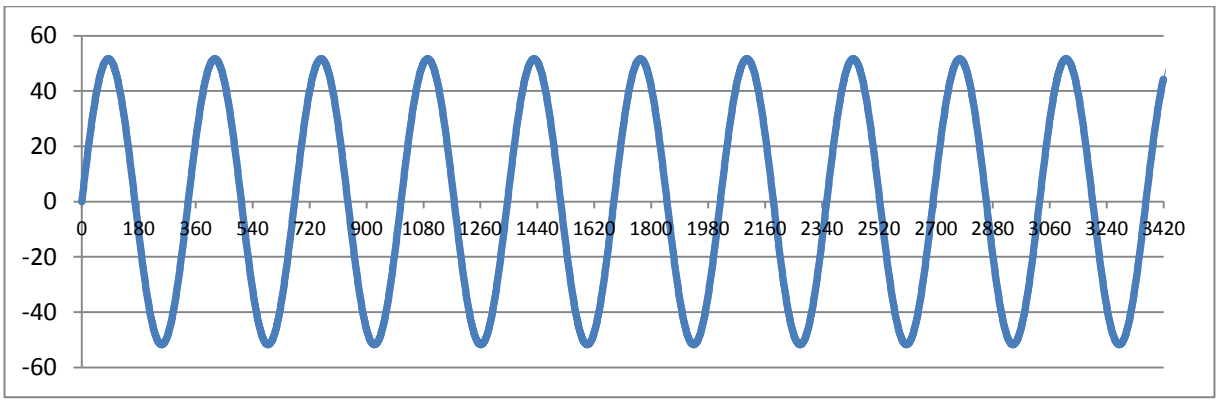


Die Länge des aufsteigenden Äquatordurchgangs wird durch die Erdrotation und die Präzession des Bahnknotens mit jedem Umlauf um etwa 23,55° zurückversetzt. Deshalb muss jeder x-Wert um den entsprechenden Bruchteil dieses "Versatzes" korrigiert werden.

$$y = \sin(x + \frac{x}{360°} * 23{,}55°) * 51{,}6°$$

Die bei x =0 durch die y-Achse gehende Kurve erreicht ihren nächsten aufsteigenden Nulldurchgang nicht bei 360° sondern bereits bei 336,45°.





Diese fortlaufende und um 23,55° gestauchte Sinusschwingung muss in das irdische Koordinatensystem integriert werden das bei - 180° beginnt und bei 180° endet.

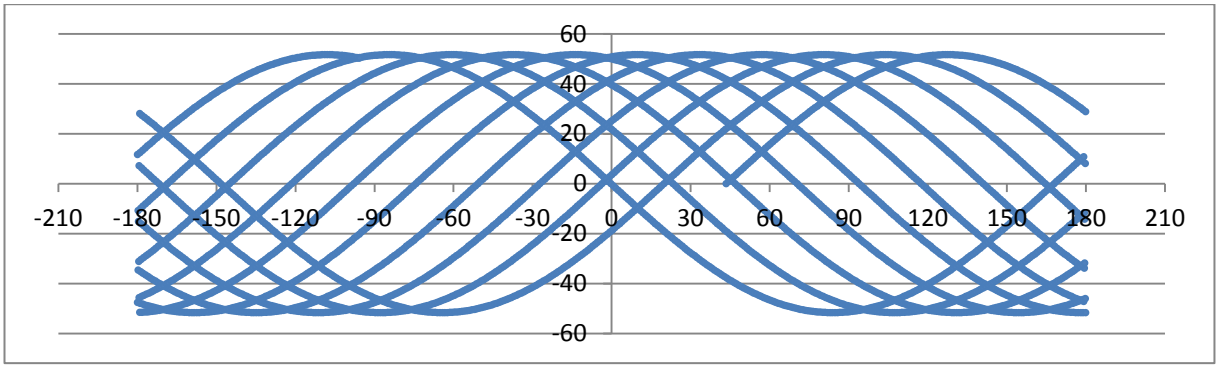
Überschreitet x den Wert 180 soll ein neuer Zyklus mit -180 beginnen:

175 →	175
180 →	180 / - 180
185 →	-175

Die Umwandlung in mehrere aufeinanderfolgende Abschnitte zu je 360° mit 2 Schritten:

- Zum einen wird die eingegebene Länge mit 180° beaufschlagt um stets positive Werte zu haben.
- Dann wird die Sinusschwingung mit der Excel-Funktion "Ganzzahl" in wiederkehrende Bereiche von -180 bis +180° aufgeteilt. → λ-GANZZAHL(λ/360)*360-180

"Ganzzahl (λ/360)" errechnet, wie oft λ durch 360 teilbar ist, der Rest wird dabei abgeschnitten:

Beispiele:

x	X+180°			λ
-175	175+180=5	Ganzzahl 5/360 = 0	5-0*360-180	-175
135	135+180=315	Ganzzahl 315/360 = 0	315-0*360-180	135
685	685+180=865	Ganzzahl 865/360 = 2	865-2*360-180	-35
735	135+180=915	Ganzzahl 915/360 = 2	915-2*360-180	15