Unterrichtsprojekte Natur und Technik

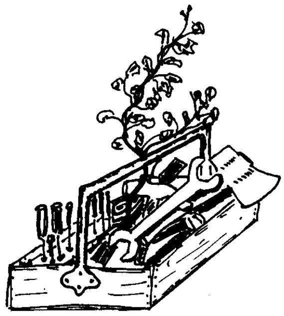
Landeshauptstadt Hannover

Schulbiologiezentrum Hannover

Vinnhorster Weg 2
30419 Hannover

Telefon: 0511-168-47665/7
Fax: 0511-168-47352
E-mail: 40.50@hannover-stadt.de

Internet:
www.schulbiologiezentrum-hannover.de



19.49

**Für fachübergreifenden Unterricht,
Arbeitsgemeinschaften, Projektwochen
und Schullandheimfahrten:**

Geometrie im Strandkorb

Einfache Vermessungstechniken mit leicht nachzubauenden Sextanten, Theodoliten , Entfernungsmessern usw.

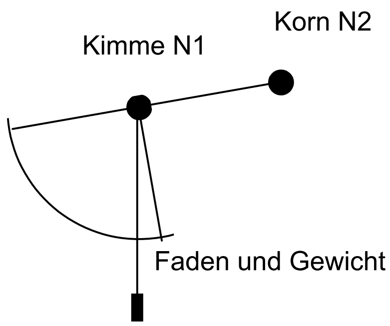
Die Weite des Meeres und der unendlich erscheinende und hoffentlich blaue Himmel werden aus der entspannten Perspektive eines Strandkorbs bei den meisten eher schulfremde Gedanken als Erinnerungen an die trockenen Gesetzmäßigkeiten der Geometrie wecken. Bis vielleicht ein Schiff über den Horizont zieht oder ein Flugzeug den Himmel quert und sich der Blick an die immer tiefer sinkenden Auf-bauten und Masten oder an die langsam im Dunst verschwindende Spitze des Kondensstreifens heftet. Und in die träumenden Gedanken mischen sich Fragen wie: Wie weit draußen mag das Schiff wohl sein? Wen überfliegt das Flugzeug jetzt? Wie weit kann man von da oben sehen?
Höher und höher steigt ein Drachen in den Himmel hinauf Ist er 50, 75, 100 oder gar 150 m hoch?
Nachts huschen regelmäßig wiederkehrende Lichtfinger über den Horizont. Kann das etwa der Leuchtturm auf Helgoland sein? Wie weit geht der Blick von der Kliff-kante hinaus ins Meer und wie hoch müsste ich stehen, damit der rote Felsen aus den Wellen steigt?
Sonnenuntergang am Strand. Ein Flugzeug über mir blinkt, getroffen vom Sonnenlicht, hell auf. Wann wird dort oben die Sonne untergehen?
Entspannte Gedanken in Urlaubslaune und Fragen, die keinen Stress auslösen, aber Neugier wecken. Mit Papier und Bleistift und etwas Zeit zum Knobeln lassen sich viele Fragen lösen. Und auf einmal erscheint die langweilige Geometrie in ganz neuem Licht. Alte Lehrbücher werden ausgegraben, der Taschenrechner zeigt überraschende Fähigkeiten und die Bedeutung des Wortes Geometrie wird neu entdeckt: Man ist dabei, die Erde zu vermessen. Und ein verwegener Gedanke nimmt Gestalt an: Können wir am Strand, der untergehenden Sonne hinterherblickend, die Größe der Erde erfassen?
Wir können....

Die vorliegende Sammlung von geometrischen Problemstellungen ist tatsächlich am Strand entstanden. Der Titel „Geometrie im Standkorb“ ist als bewusste Anlehnung an das Buch „Physik im Strandkorb“ von James Trefill zu verstehen. Trefill versteht es meisterhaft, einfach erscheinenden Phänomenen, die sich aus der Strandkorb-perspektive geradezu aufdrängen, auf ihren naturwissenschaftlichen und oft hoch-komplexe Grund zu gehen und dieses wiederum einfach darzustellen.

Möge Ihnen die Auswahl von Problemen und möglicher Lösungen Anregungen für eigene Fragen geben und Lust wecken, vieles davon selbst und später mit anderen Menschen auszuprobieren.
Die „trockene Geometrie“ hat durch den Taschenrechner ziemlich an Schrecken verloren. Nur wenige, leicht zu beweisende Gesetzmäßigkeiten sind nötig. Die für die Messungen erforderlichen Geräte sind leicht nachzubauen. Kurz: Das ganze Thema bietet sich für eine Projektwoche oder einen Schullandheimaufenthalt geradezu an. Und nicht nur am Strand...

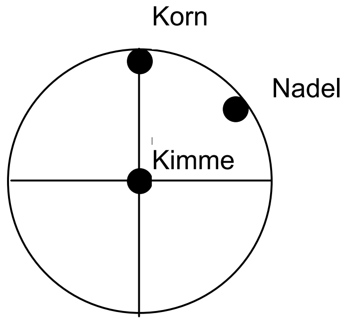
Einfache Messgeräte zum Selbstbau:

Der „Arme-Leute-Sextant“ (Quadrant)
Für Messungen der Winkelhöhe (z.B. zur Bestimmung der Höhe eines Drachens) brauchen wir einen einfachen „Sextanten“. Das Gerät müsste eigentlich „Quadrant“ heißen, weil es nicht aus einem Sechstel-, sondern einem Viertelkreis besteht. Benötigt werden eine Holzplatte, der von der Vorlage kopierte und zweckmäßigerweise laminierte Viertelkreis mit 90°-Einteilung, zwei Nägel, ein ca. 10 cm langer Faden und ein kleines Gewicht („Arme-Leute-Sextant“, s. Arbeitshilfe 19.14 „Wie hoch ist der Baum?“).



Kleben Sie die kopierte Vorlage auf die Platte und schlagen Sie den einen Nagel senkrecht in die Mitte des Kreises (N1). Er soll etwa 2 cm herausragen.
Der zweite Nagel wird auf die selbe Weise in die Markierung N2 geschlagen.
Knoten Sie das Gewicht an den Faden und befestigen Sie ihn am Nagel N1.
Wenn der senkrecht gehaltene „Sextant“ in Pfeilrichtung auf das Objekt gerichtet wird bilden die beiden Nägel eine Peillinie („Kimme“ N1 und „Korn“ N2). Der senkrecht herabhängende Faden zeigt die Winkelhöhe auf dem Viertelkreis an.
Soll die Sonnenhöhe bestimmt werden, darf die Sonne natürlich nicht direkt anvisiert werden. Halten Sie den „Sextanten“ so, dass der Schatten des „Korns“ auf die „Kimme“ fällt und lesen Sie die Winkelhöhe mit dem Faden ab.

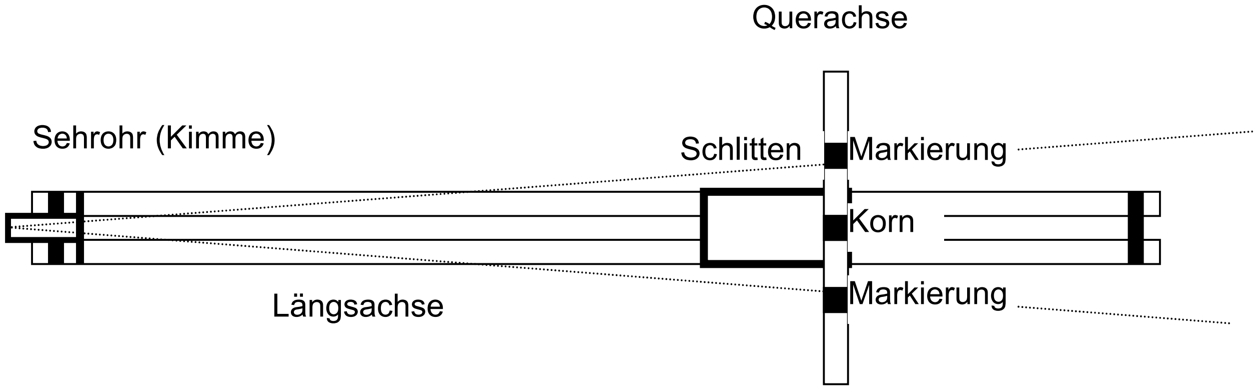
Der „Arme-Leute-Theodolit“
Mit dem „Theodoliten“ messen wir Winkel in der Ebene, z.B. um die Position eines Schiffes zu bestimmen. Kleben Sie den Kreis mit 360°- Einteilung auf eine Platte und schlagen Sie die „Kimme“ in den Kreismittelpunkt. Das „Korn“ wird in die 0°-Markierung geschlagen. Kimme und Korn bilden eine Peillinie, die auf das zu vermessende Objekt zeigt. Die Stecknadel dient anschließend zusammen mit der Kimme zum Bestimmen des von Messung zu Messung verschiedenen Winkels. Zu empfehlen ist, die Platte etwas größer zu schneiden, und Platz für eine Libelle (Wasserwaage) zu lassen. Dadurch ist gewährleistet, dass der „Theodolit“ horizontal liegt. Ein Photostativ hat sich



als praktische, weil stabile, leicht drehbare und horizontal ausrichtbare Unterlage erwiesen.

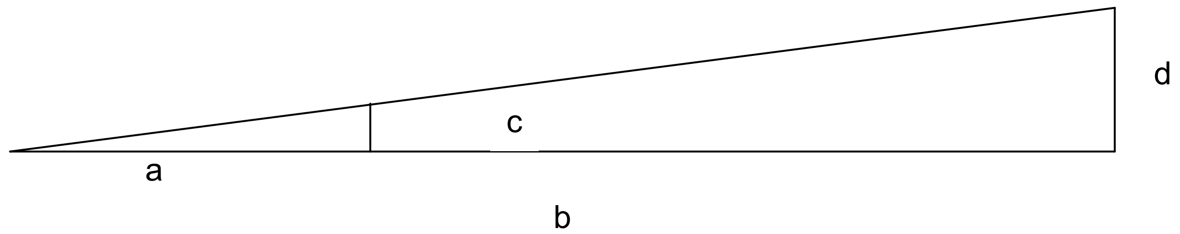
Messrohr zur Entfernungsbestimmung
Sie brauchen ein stabiles Papprohr (als „Luxusversion" vielleicht auch ein Stück Wasserrohr aus Kunststoff) mit einer gut sitzenden Verschlusskappe und ein passendes Stück auf Overheadfolie kopiertes Millimeterpapier. Schneiden Sie aus der Verschlusskappe ein kreisförmiges Fenster heraus und kleben Sie die passend zugeschnittene Folie in das Fenster. Messen Sie die Länge des Rohrs exakt aus.
Zur Messung wird die scheinbare „Höhe" des Objekts in Millimeterkästchen bestimmt. Die „Höhe" wird mit der Länge des Messrohrs in Beziehung gesetzt und in den Sehwinkel umgerechnet. Wenn die wirkliche Größe des anvisierten Objekts bekannt ist, lässt sich aus dem Sehwinkel die Entfernung berechnen.

Jakobstab zur Bestimmung des Sehwinkels
(Entfernungsmessung bzw. Größenbestimmung)
Der Jakobstab wurde bereits vor dem Sextanten von Seefahrern zur Bestimmung der Höhe von Sternen benutzt. Im Zeitalter von DECCA, LORAN oder GPS-Navigation ist er in Vergessenheit geraten.
Als „Försterkreuz" wird er noch zur Bestimmung von Baumhöhen benutzt.
Bei der hier vorgeschlagenen, leicht nachzubauenden Version wird ein beweglicher Schlitten auf einem Schienenpaar (Längsachse des Geräts) entlang geschoben. Die Vorderkante des Schlittens schließt mit einem rechtwinklig zur Längsachse stehenden Stab ab. Auf dieser Querachse sind verschiebbare Markierungen angebracht (z.B. farbige Wäscheklammern). Sowohl auf die Längs-, als auch auf die verschiebbare Querachse wird ein Zentimetermaß geklebt. Zu empfehlen ist ein etwas über die Längsachse hinaus ragendes Sehrrohr, das z.B. aus einem, von einer Rohrschelle gehaltenen metallenen Kupplungsstück für Gartenschläuche bestehen kann. Richten Sie den Nullpunkt des Zentimetermaßes darauf aus!
Zur Entfernungsmessung wird ein Objekt mit bekannten Ausmaßen durch das Sehrohr über die Längsachse hinweg angepeilt. Anschließend muss die Querachse so weit verschoben werden, dass das Objekt genau zwischen die vorher eingestellten Marken „passt". Dann wird der Abstand Auge – Querachse abgelesen.



Das Verhältnis (Markierung – Korn) : (Auge – Querachse) entspricht dem Verhältnis Gegenkathete : Ankathete = tan α. Der Winkel α ist der halbe Sehwinkel.
Ist die Größe des Objekts bekannt, z.B. bei einer Messlatte, kann die Entfernung bestimmt werden. Dazu genügt der Strahlensatz.
Dabei geht natürlich nur die halbe Höhe oder Breite des angepeilten Objekts in die Rechnung ein (h/2!).

Grundlagen der Trigonometrie (so weit hier benötigt)



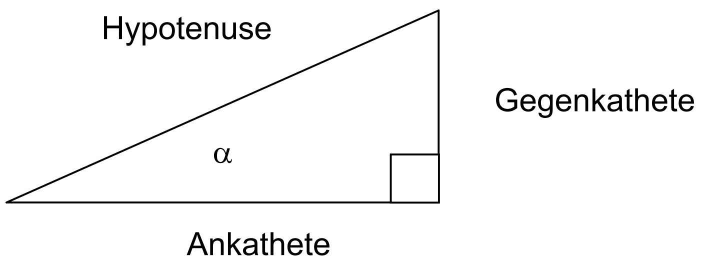
- Strahlensatz

- $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow b = \frac{a \cdot b}{c}$ (Entfernungsbestimmung Strecke b)

- $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow d = \frac{b \cdot c}{a}$ (Höhenbestimmung Strecke d)

- Winkelsumme im Dreieck: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

- **Rechtwinkliges Dreieck (1 Winkel = 90°)**
- Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow$ Die Summe der Flächen der Quadrate über den Katheten ist gleich der Fläche über der Hypotenuse



Die **Ankathete** bildet einen Schenkel des Winkels α und zugleich einen Schenkel des rechten Winkels.
Die **Gegenkathete** liegt dem Winkel α gegenüber.
Die **Hypotenuse** liegt dem rechten Winkel gegenüber und bildet einen Schenkel des Winkels α.

- **Sinus** $\Rightarrow$ sin α = Gegenkathete : Hypotenuse

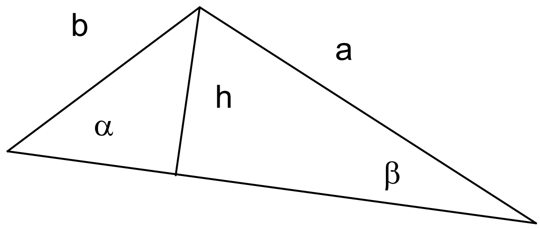
- **Tangens** $\Rightarrow$ tan α = Gegenkathete : Ankathete

- **Kosinus** $\Rightarrow$ cos α = Ankathete : Hypotenuse

- **Sinussatz** $\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ Daraus folgt $\Rightarrow \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$

Der Sinussatz lässt sich folgendermaßen begründen:

- Die Höhe h ist die Gegenkathete der Winkel α bzw. β
- a bzw. b ist die entsprechende Hypotenuse



$$\sin\alpha = \frac{h}{b} \Rightarrow h = \frac{\sin\alpha}{b}$$

$$\sin\beta = \frac{h}{a} \Rightarrow h = \frac{\sin\beta}{b}$$

Daraus folgt $\Rightarrow \sin\alpha \cdot b = \sin\beta \cdot a$ und $\Rightarrow \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$

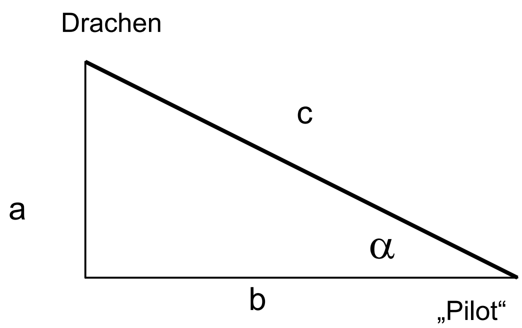
Unter Einbeziehung des dritten Winkels γ ergibt sich folgende, für unsere Zwecke sehr wichtige Proportionsgleichung:

$a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$ oder $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

Damit kann das ganze Dreieck aus zwei Winkeln und einer Seite berechnet werden.

Wie hoch fliegt der Drachen?

Wenn Sie unseren Schlittendrachen nachbauen und in die Luft bringen wollen (Anleitung in Arbeitshilfe 19.07) stellt sich immer wieder die Frage nach der Flughöhe. Die Länge der abgerollten Drachenschnur gibt keinen direkten Hinweis auf die Höhe des Drachens. In Verbindung aber mit dem z.B. durch den „Arme-Leute-Sextanten“ gemessenen Winkel des Drachens über dem Horizont kann seine Höhe geometrisch ermittelt werden.



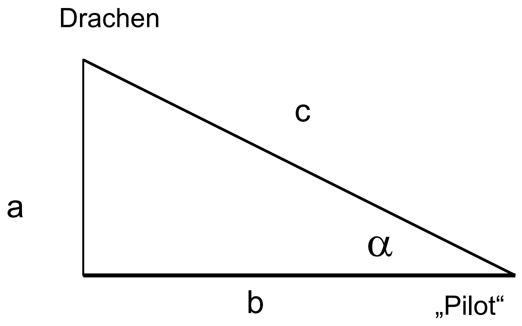
Die Drachenschnur mit der Länge c bildet die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks. Aus der Hypotenuse und dem Höhenwinkel α kann die Gegenkathete a (=Höhe des Drachens) ermittelt werden, entweder zeichnerisch oder per Taschenrechner (Sinus des Winkels α). Der Sinus des Höhenwinkels ist gleich dem Verhältnis Gegenkathete/Hypotenuse. Daraus folgt:

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ oder $a = \sin\alpha \cdot c$

Beispiel: Länge der Drachenschnur 150 m, gemessener Höhenwinkel 60°

$a = \sin\alpha \cdot c = \sin 60° \cdot 150 = 0{,}866\ldots \cdot 150 = 129{,}9$ m

Da die Drachenschnur mehr oder minder durchhängt, ist das Ergebnis nur mit Vorsicht zu behandeln. Besser ist es, den Abstand b zwischen dem Standort des „Piloten“ und dem Ort senkrecht unter dem Drachen zu bestimmen. Zusätzlich wird der Höhenwinkel α gemessen.
Das Verhältnis Gegenkathete : Ankathete ist gleich dem Tangens des Winkels α.

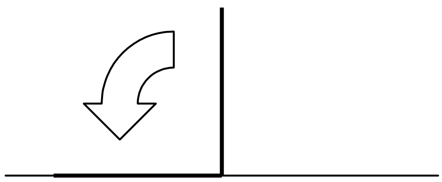


$\tan\alpha = \frac{a}{b}$ oder $a = b \cdot \tan\alpha$

Beispiel: Abstand “Pilot” – Punkt senkrecht unter dem Drachen = 30 m, Höhenwinkel = 70°

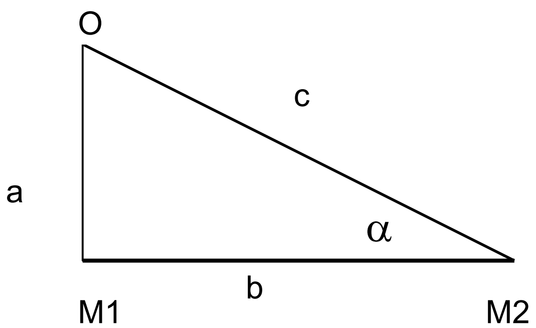
$a = 30 \cdot \tan 70° = 30 \cdot 2{,}747\ldots = 82{,}4$ m

Es geht aber auch ohne Taschenrechner und ohne Höhenwinkelmessung! Dazu wird ein Partner in Ruf- oder Sichtweite gebraucht.



Der ruhig am Himmel gehaltene Drachen wird aus größerem Abstand anvisiert. Mit ausgestrecktem Arm nehmen wir seine scheinbare Höhe wie bei einer Schiebleere zwischen Daumen und Zeigefinger (Die Daumenspitze deckt den „Piloten“ ab, die Spitze des Zeigefingers den Drachen!). Der Abstand Daumen-Zeigefinger darf jetzt nicht verändert werden. Drehen Sie die Hand so, dass die Daumenspitze weiterhin den „Piloten“ abdeckt, der Spitze des Zeigefingers aber einen Punkt links oder rechts neben dem „Piloten“. Bitten Sie Ihren den Partner, nach links oder rechts zu gehen und dort stehen zu bleiben, wo er hinter Ihrer Zeigefingerspitze verschwindet. Der Ab-stand „Pilot“ – Partner ist (überschlägig) die Höhe des Drachens.

Wo liegt das Schiff vor Anker?
Zur Positionsbestimmung mit dem „Theodoliten“ werden zwei Messungen an verschiedenen, möglichst weit auseinander liegenden Orten benötigt.
Dem zuerst beschriebene Verfahren liegt, wie bei der Höhenbestimmung des Drachens ein rechtwinkliges Dreieck zugrunde.



Legen Sie den „Theodoliten“ am Messort 1 (M1) auf eine waagerechte Unterlage und drehen Sie ihn so, dass beide Nägel eine Linie mit dem Objekt bilden (wie Kimme und Korn). Stecken Sie die Nadel in die 90°-Marke des „Theodoliten“.

Schauen Sie so über das unverändert liegende (!) Gerät hinweg, dass der Nagel in der Mitte und die Nadel in der 90°-Marke eine Linie bilden. Die Blickrichtung gibt die Standlinie vor, entlang sich der Partner auf den zweiten Messpunkt (M2) zu bewegen soll. Durch Zuruf wird er auf dieser (unsichtbaren) Linie dirigiert. Grundsätzlich gilt jetzt: Je weiter der zweite Messpunkt entfernt ist, desto genauer wird das Ergebnis sein, besonders wenn das Objekt weiter entfernt ist. Die genaue Länge der Standlinie ist zunächst unerheblich, wichtig ist aber, dass sich der neue Messpunkt genau auf dieser Linie befindet.

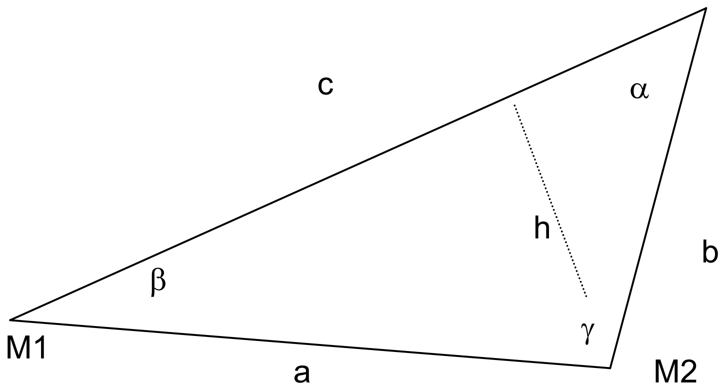
In M2 wird der Winkel α zwischen Standlinie und dem Objekt vermessen. Dazu sind wieder beide Nägel in Linie zu bringen, diesmal so, dass sie auf M1 zeigen. Danach wird das Objekt über die Kimme angepeilt und die Nadel genau in dieser Sichtlinie an den Rand gesteckt. Der Winkel lässt sich entweder direkt ablesen oder durch Abziehen von 360°ermitteln.
Abschließend muss die Distanz zwischen den beiden Messorten bestimmt werden.
Als Ergebnis erhalten wir ein rechtwinkliges Dreieck, von dem der Winkel α und die anliegende Kathete b bekannt ist. Gesucht wird die Distanz M1 – Objekt, also die Gegenkathete a und die Distanz M2 – Objekt, d.h. die Hypotenuse c.
Der Tangens des Winkels α ist das Verhältnis Gegenkathete : Ankathete. Daraus folgt:

$\tan\alpha = \frac{a}{b}$ oder $a = b \cdot \tan\alpha$

Beispiel: Gemessener Winkel in M2 = 75°, Distanz M1 – M2 = 180 m

$a = b \cdot \tan\alpha = 180 \cdot 3{,}732... = 671{,}8$ m
$c = \sqrt{a^2 + b^2} = 695{,}5\text{m}$

Triangulation mit Hilfe des Sinussatzes



Wenn kein rechter Winkel zugrunde gelegt werden kann wenden wir den Sinussatz an. Zum Verständnis wurde die Höhe h mit eingezeichnet. Das abgebildete Dreieck ist das auf den Kopf gestellte Dreieck von Seite 2. Gemessen werden die Winkel γ und β sowie die Länge der Strecke a.
Der Winkel α ist 180° - γ – β.

Aus dem (erweiterten) Sinussatz $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$ folgt $b = \frac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha}$ und

$c = \frac{a \cdot \sin\gamma}{\sin\alpha}$

Beispiel:
Gemessen wird β = 42° und γ = 107°, die Strecke a ist 150 m lang

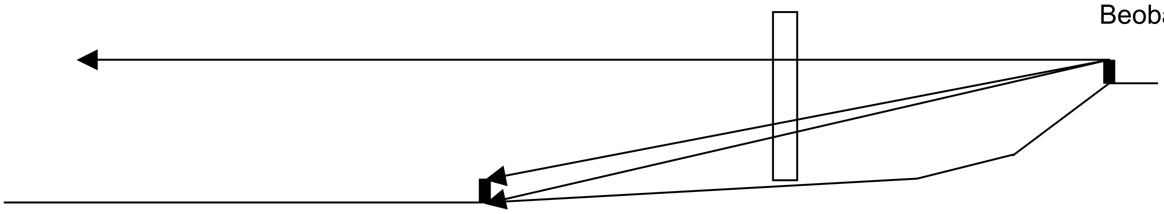
Daraus folgt:

α = 180° - 107° - 42° = 31°

$$b = \frac{a \cdot \sin 42}{\sin 31} = 194{,}8\text{m} \quad \text{und} \quad c = \frac{a \cdot \sin 107}{\sin 31} = 278{,}5\text{m}$$

Überprüfe die berechneten Werte durch eine maßstabgerechte Zeichnung!

Wie hoch stehe ich über dem Meer?

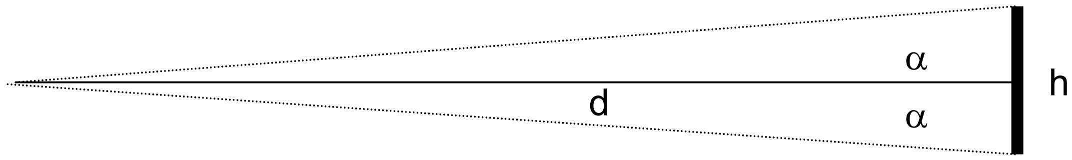


Die Verwandtschaft der Begriffe „Horizont“ und „horizontal“ (= waagerecht) deutet darauf hin, dass die Sichtlinie zum (Meeres)Horizont auf Meeresniveau eine Waagerechte ist. Das lässt sich mit deiner Wasserwaage leicht überprüfen. Zwar sinkt der Horizont mit zunehmender Höhe über dem Meeresspiegel unter diese Waagerechte, für die nachfolgende Messmethode in zumeist geringerer Höhe spielt das aber keine Rolle. Das einzige Hilfsmittel, das abgesehen von einer ruhigen Hand und einem scharfen Auge nötig ist (das andere wird zugekniffen), ist ein transparentes Lineal, das Sie in etwa einer Armlänge Abstand senkrecht (!) stehend in Richtung Horizont halten. Der Blick auf die Strandkante soll dabei durch den Nullpunkt des Lineals gehen. Wie „hoch“ (in Millimetern) erscheint der Horizont? Merken Sie sich diesen Wert, der uns, für sich allein genommen, natürlich überhaupt nicht weiter bringt. Jetzt kommt ein x-beliebiger, nichts ahnender Wanderer ins Spiel, der, an der Strandkante entlanggehend, unsere „Messlatte“ kreuzt. Wie viele Millimeter groß ist er? Merken Sie sich auch diesen Wert und setzen Sie ihn mit dem ersten ins Verhältnis. Haben Sie eine „Horizonthöhe“ von 135 mm gemessen und ist der Strandwanderer 15 mm „groß“ ist das Verhältnis 9:1. Wenn Sie gedanklich 9 Menschen von der Größe des Wanderers übereinander stapeln, hätte der oberste dieses Menschenturms Ihre Augenhöhe erreicht. Wenn Ihnen der Spaziergänger seine genaue Körpergröße verrät, brauchen Sie diese nur mit 9 zu multiplizieren und haben damit Ihre Höhe über dem Meeresspiegel ermittelt. Die Höhe des Kliffs, auf dem Sie stehen, erhalten Sie durch Abzug Ihrer eigenen Körper-größe. Je weiter der Wanderer von ihnen entfernt ist, desto genauer (weil verzerrungs-freier) ist diese einfache Methode. Leider wird er, genau so wie der Abstand Strand-kante – Horizont immer kleiner, was sehr genaues Hinsehen erfordert und die Genauigkeit sehr eingrenzen kann. Wahrscheinlich werden Sie den so „missbrauchten“

Wanderer nicht nach dessen Körpermaß fragen wollen. Gehen Sie deshalb einfach von einer Durchschnittsgröße, also etwa 1,75 m aus.

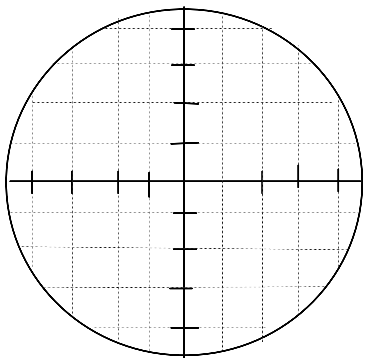
Entfernungsmessung mit der Papprröhre

Je weiter ein Objekt entfernt ist, desto kleiner erscheint es. In der Sprache der Geometrie ausgedrückt heißt das, dass der Sehwinkel, unter dem wir das Objekt wahrnehmen kleiner wird.



Dies geschieht, sofern wir von Verzerrungen durch verschieden dichte Luftschichten absehen, mit mathematischer Gesetzmäßigkeit.
Wie „groß“ erscheint ein 1 m hohes Objekt, wenn man es aus 100 m Entfernung betrachtet.

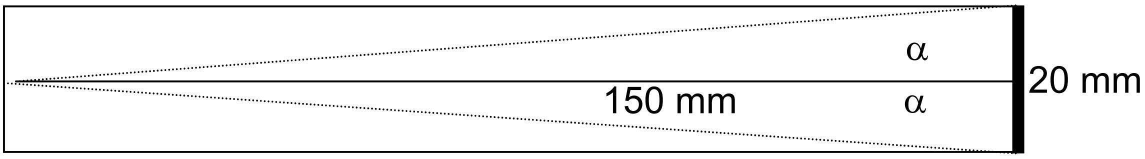
Das Objekt mit der Höhe h und die Sichtlinie d, die vom Betrachter zur Mitte des Objekts führt bilden einen rechten Winkel. Der Winkel α folgt aus der Beziehung tan α = h/2 : d. Der Sehwinkel ist, wie man der Abbildung entnimmt, doppelt so groß.



In Kenntnis dieser Beziehung lässt sich ein einfaches Sehrohr fertigen, mit dem der Sehwinkel und bei bekannter Größe des Objekts auch die Distanz ermittelt werden kann.
Als Sehrohr dient z.B. eine Papprröhre oder ein Joghurtbecher, dem ein Loch in den Boden geschnitten wird.
Die vordere Seite des Sehrohrs überspannen wir mit transparenter Folie (z.B. Overhead-Folie), auf die wir Millimeterpapier kopiert haben. Die Millimeterfolie wird mit einem „Fadenkreuz“ versehen (dünner Folienstift!).

Wird das „Fadenkreuz“ auf die Mitte des Objekts gerichtet, erscheint das Objekt eine bestimmte Anzahl von Millimeterkästchen hoch, breit oder lang. Mit der (bekannten) Länge des Sehrohrs lässt sich der Sehwinkel berechnen:

Beispiel: Das Sehrohr ist d = 150 mm lang. Das Objekt erscheint (auf der Millimeterfolie) 20 mm „groß“. Die Höhe h ist also 10 mm. Der halbe Sehwinkel α beträgt nach
tan α = h/2 : d = 10 : 150 = 0,0666 $\Rightarrow$ α = 3,8°. Der gesuchte Sehwinkel ist 7,6°.

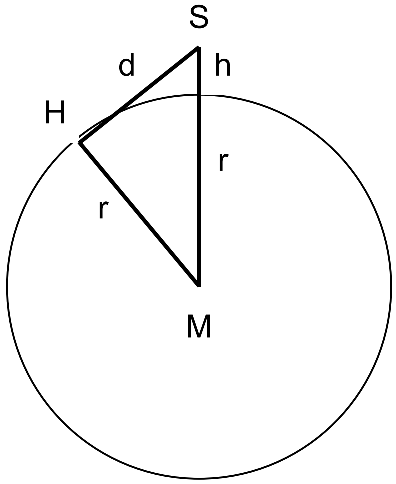


Wie weit ist ein 1,75 großer Mensch entfernt, wenn er unter einem von Sehwinkel von 7,6° erscheint?

tan α = h/2 : d $\Rightarrow$ d = h/2 : tan α

d = (1,75 : 2) : tan 3,8 = 0,875 : 0,0666 $\approx$13,1 m

Wie weit kann ich sehen?
Am Strand stehend schaue ich zu einem halb im Horizont schwimmenden Fischkutter hinüber. Gehe ich in die Knie, sind nur noch die Mastspitzen zu sehen, lege ich mich hin, wird der Kutter „untergehen“. Anders ist es wenn ich zur Strandpromenade und von dort aus die Treppe hinauf zur Aussichtsdüne hochsteige. Oben angekommen, liegt der Kutter weit unter der Horizontlinie und ich sehe, dass das Schiff zu einer ganzen Flotte anderer, weiter entfernter Kutter gehört. Der *Abstand* zum Horizont hängt also von meiner Höhe als Beobachter ab. Wie weit ich wirklich sehen kann entscheidet das Wetter: Das gilt für den hinter Nebel und Regen liegenden Horizont genau so wie für die (unbekanntere) Tatsache, dass an Sonnentagen recht weit über den (geometrischen) Horizont hinaus gesehen werden kann.
Beschränken wir uns zunächst auf einen geometrischen Ansatz. Die Erde ist annähernd kugelförmig, ihr mittlerer Radius wird mit r = 6370 km angegeben. Meine Augenhöhe h über dem Meeresspiegel habe ich bereits ermittelt.

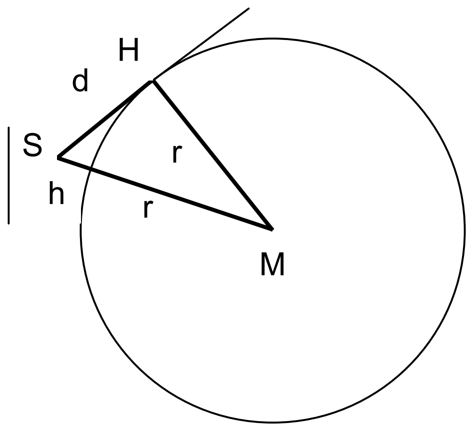


Die Sichtlinie zum Horizont ist eine Tangente, die die Erdkugel dort berührt, wo meine Sicht theoretisch endet. Die Tangente bildet mit dem Radius r einen rechten Winkel.
Die Sichtentfernung zum Horizont d lässt sich im rechtwinkeligen Dreieck nach PYTHAGORAS leicht berechnen: Die Fläche der Quadrate über den Katheten (r bzw. d) ist gleich der Fläche des Quadrats über der Hypotenuse (r + h).

$r^2 + d^2 = (r + h)^2 \;\Rightarrow\; d^2 = (r + h)^2 - r^2$
Die Länge d ist folglich $d = \sqrt{(r+h)^2 - h^2}$

Beispiel:
Befinde ich mich 30 m über dem Meeresniveau, dann ist r + h = 6370 + 0,03 = 6370,03 km.
$d^2 = 6370{,}03^2 - 6370^2 = 40577282{,}2 - 40576900 = 382{,}2009 \;\Rightarrow\; d = 19{,}55$ km
Beispiel: Kann man von Sylt aus bis nach Helgoland sehen?
Das Helgoländer Oberland ragt 58 m aus dem Meer heraus, reicht das aus, um es von meinem 30 m hohen Standort auf Sylt zu sehen? Zur Lösung der Frage zäumen wir die Pythagoräische Methode zunächst einfach anders herum auf und berechnen, aus welcher Distanz ein auf die Insel Helgoland zu schwimmender Bobachter den Roten Felsen frühestens erkennen könnte.

$d^2 = (r + h)^2 - r^2 = (6370 + 0{,}058)^2 - 6370^2 = 738{,}9 \Rightarrow d = 27{,}2$ km



Wenn jetzt zur geometrischen (!), für 30 m Höhe ermittelten Sichtweite von 19,55 km diese 27,2 km addiert werden, liegt die Sichtweite mit 46,7 km deutlich unter der Distanz Sylt – Helgoland (76 km).

●Wie tief Helgoland unter der Kimmlinie (d.h. dem Horizont) liegt, lässt sich ebenfalls berechnen (s. Arbeitshilfe 19.47 „Wohin geht´s nach Neuseeland?“)

●Die tatsächliche Sichtweite wird durch die Lichtbrechung in der Atmosphäre (Refraktion) erhöht. Eine in der Seefahrt gebräuchliche Näherungsformel ist

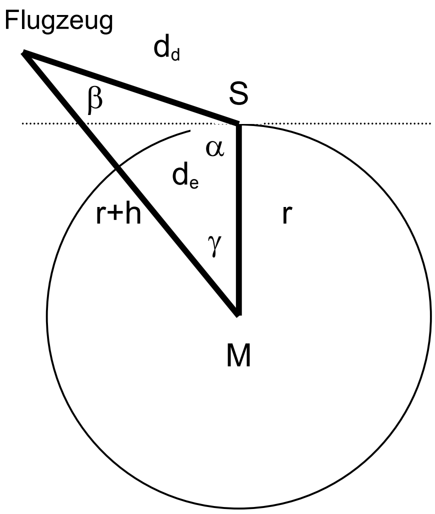
$$(2,075 \cdot \sqrt{h_1} + 2,075 \cdot \sqrt{h_2}) \cdot 1,852$$

$\Rightarrow$ h_1 und h_2 sind die Höhen über dem Meer. Der Faktor 1,852 wandelt Seemeilen in Kilometer um. Im oben geschilderten Fall erhöht sich die Sichtweite auf 50,3 km.

Wie weit ist das Flugzeug entfernt?

Weit draußen und hoch am westlichen Himmel zieht ein Flugzeug einen hell leuchtenden Kondensstreifen hinter sich her. Obwohl die Sonne hier am Strand längst untergegangen ist, blinkt ihr Licht, vom Flugzeug gespiegelt, orangefarben zu uns hinüber. Wo kommt der Flieger her, wohin fliegt er? Wenn die Leute da oben aus dem Fenster schauen, was sehen sie unter sich?

Die Distanz des Flugzeugs lässt sich durch eine Winkelmessung, der mehr oder minder wahrscheinlichen Annahme zur Höhe des Flugzeugs über Grund und einem Taschenrechner bestimmen.



Vom abgebildeten Dreieck mit den Ecken S (Standort des Beobachters), F (Flugzeug) und M (Erdmittelpunkt) ist zunächst nur die Seite r (= Erdradius 6370 km) bekannt. Unter der Annahme, dass das Flugzeug in einer Reisehöhe von 10 km fliegt folgt die Länge r + h = 6370 km + 10 km = 6380 km. Die Höhe über dem Horizont ermitteln wir mit dem „Arme-Leute-Sextant“. Zum Horizontwinkel addieren wir 90° und erhalten den Winkel α.

Der Winkel β lässt sich mit dem Sinussatz berechnen, der in diese Form umgestellt wurde:

$$\frac{(r+h)}{\sin\alpha} = \frac{r}{\sin\beta} \qquad \text{Daraus folgt} \Rightarrow \sin\beta = \frac{r \cdot \sin\alpha}{(r+h)}$$

Der Winkel β lässt sich mit Hilfe einer Sinustabelle oder mit dem Taschenrechner ermitteln.

Der für die Frage nach der Distanz des Flugzeugs entscheidende Winkel γ ist schnell gefunden, da die Summe der Winkel im Dreieck 180° beträgt und zwei Winkel bekannt sind:

γ = 180° – α – β

Der Winkel γ schneidet einen Sektor aus dem 360° umfassenden Erdumfang heraus. Der Erdumfang beträgt $2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 6370$ km = 40024 km. Die Distanz zwischen Beobachter und dem Fußpunkt unter dem Flugzeug d_e ist

$$\frac{d_e}{\gamma} = \frac{40024}{360} \text{ oder } d_e = \frac{40024 \cdot \gamma}{360}$$

Beispiel:
Ein Flugzeug zieht in einem Winkel von 15° über den Horizont. Angenommene Reiseflughöhe: 12000 m.
Aus r = 6370 km, r + h = 6370 km + 12 km = 6382 km und α = 90° + 15° = 105° folgt

$$\sin\beta = \frac{6370 \cdot \sin 105}{6382} = 0{,}9981 \cdot 0{,}9659 = 0{,}9641$$

$\beta = 74{,}6°$

$\gamma = 180° – 105° – 74{,}6° = 0{,}4°$

$$d_e = \frac{40024 \cdot 0{,}4°}{360} = 44{,}5 \text{ km}$$

Die Entfernung Beobachter – Flugzeug (Sichtlinie d_d) wird ebenfalls mit dem für unsere Zwecke modifizierten Sinussatz berechnet.

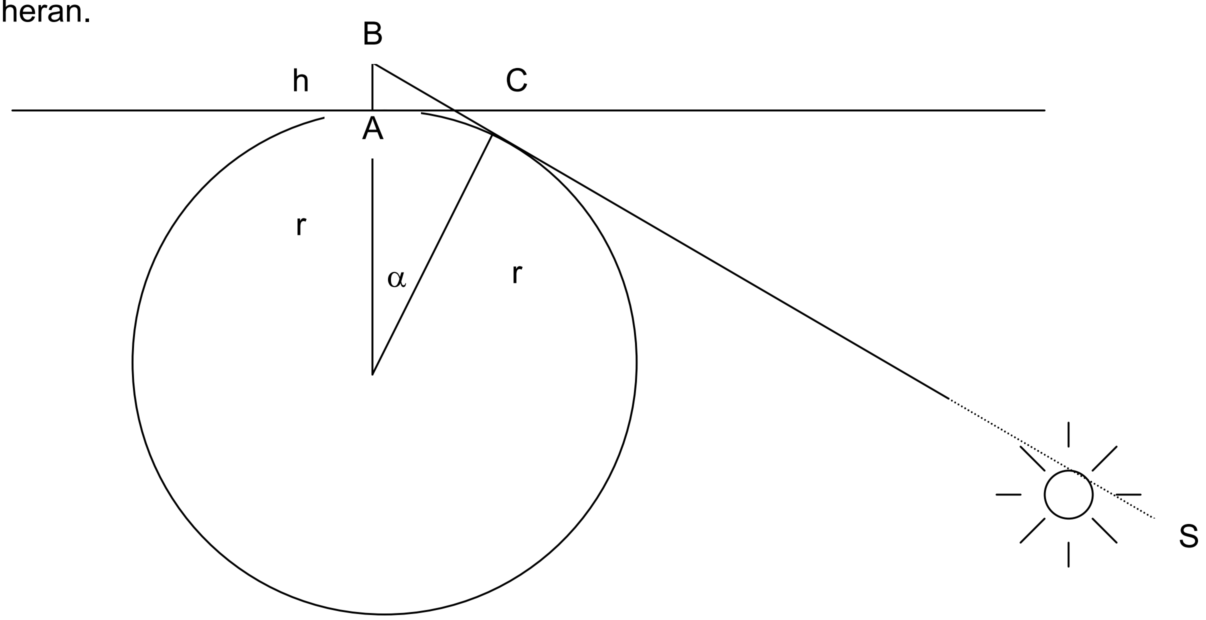
$$\frac{d_d}{\sin\gamma} = \frac{r}{\sin\beta} \quad \Rightarrow \quad d_d = \frac{r \cdot \sin\gamma}{\sin\beta} \quad \Rightarrow \quad d_d = \frac{6370 \cdot \sin 0{,}4°}{\sin 76{,}4°}$$

$d_d = 46{,}1$ km

Wie groß ist die Erde?
Jemand der abends die Sonne am Strand hat untergehen sehen kann, gute Kondition vorausgesetzt, eine Treppe (z.B. die Himmelsleiter am Westerländer Südstrand) hinaufrennen, dabei die Sonne wieder aus dem Meer tauchen lassen und in 25 m Höhe einen zweiten Sonnenuntergang genießen.
Lange nach Sonnenuntergang ziehen von der Sonne noch beleuchtete Flugzeuge über uns hinweg und hinterlassen Kondensstreifen, die sich erst rot färben, wenn es am Strand schon fast dunkel ist.
Zwei Menschen, einer am West- und einer am Ostrand z.B. der Insel Spiekeroog, werden das letzte Licht der Sonne zeitversetzt am Westhorizont versinken sehen, was mit zwei Handys leicht zu überprüfen ist.
Auf den ersten Blick ein etwas verwegener Gedanke: Kann man die Größe der Erde berechnen, wenn die Zeitdifferenz zwischen den Sonnenuntergängen an zwei verschiedenen Orten bestimmt? Wenn ja schließt sich gleich die Frage an, weshalb nicht schon etwa die alten Griechen auf diesen Gedanken gekommen sind.

Der folgende Ansatz ist verhältnismäßig einfach, birgt aber gerade wegen einer Einfachheit eine Reihe von Unsicherheiten und Unwägbarkeiten. Das Ergebnis wird sich, wenn überhaupt, nur zufällig mit der „offiziellen“ Größe unseres Planeten decken.

Es kommt aber, wie in vielen Versuchen bestätigt, erstaunlich nahe an die Wirklichkeit heran.



Wie aus der Abbildung hervorgeht, sehen zwei Beobachter, einer am Standort C auf Meereshöhe und ein zweiter am Standort B in einer Höhe h das letzte Licht der Sonne im gleichen Moment am Horizont verschwinden. Die Linie BCS ist eine Tangente, die die Erde im Punkt C berührt. Für den Beobachter am Standort A, in Meereshöhe unter dem Standort B, ist die Sonne bereits vor einiger Zeit untergegangen.
Wenn ich den Zeitpunkt des „letzten Lichts" in A nehme und dies kurze Zeit später in B wiederhole (oder einen Partner mit Handy darum bitte), kenne ich die Zeitspanne, die zwischen dem Sonnenuntergang in A und dem in C vergeht.
Die Frage nach der Distanz zum Horizont ließ sich verhältnismäßig leicht mit dem Pythagoras lösen, weil der (bekannte) Radius der Erde die Rechnung eingehen durfte. Im hier folgenden Experiment ist ein anderer Lösungsweg gefordert, soll doch der Radius (und anschließend der Umfang) erst bestimmt werden.

Der Kosinus des Winkels α im Mittelpunkt der als Kugel gedachten Erde ist das Verhältnis aus Ankathete und Hypotenuse des im Tangentenberührungspunkt C rechtwinkligen Dreiecks.

Es ist also $\cos\alpha = \frac{r}{(r+h)}$

Daraus folgt:
$r = \cos\alpha \cdot (r + h) =$
$r = \cos\alpha \cdot r + \cos\alpha \cdot h$
$r - \cos\alpha \cdot r = \cos\alpha \cdot h$
$r\,(1 - \cos\alpha) = \cos\alpha \cdot h$

$$r = \frac{\cos\alpha \cdot h}{1 - \cos\alpha}$$

Der Winkel α ergibt sich aus der gemessenen Zeitdifferenz. Dreht sich die Kugel in 24 Stunden um 360°, dann dreht sie sich

- in einer Stunde um 360° : 24 h = 15° („Stundenwinkel")

- in einer Minute um 360° : 1440 = 0,25° („Minutenwinkel“)
- in einer Sekunde um 360° : 86400 = $0{,}0041\overline{666}°$ („Sekundenwinkel“)

Den gesuchten Winkel erhalten wir, in dem wir den „Sekundenwinkel“ mit der gemessenen Zeitdifferenz multiplizieren.

Durch Einsetzen in die Formel $r = \frac{\cos\alpha \cdot h}{1 - \cos\alpha}$ kann der Radius der Erde bestimmt werden.

Beispiel:
Gesetzt den Fall, zwischen Meereshöhe und einem 30 m darüber liegenden Punkt wird eine Zeitspanne von 42 Sekunden gemessen.
Der Winkel α ist dann 0,176° groß

$$r = \frac{\cos\alpha \cdot h}{1 - \cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{\cos 0{,}176° \cdot 30}{1 - \cos 0{,}176°} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{0{,}999995282 \cdot 30}{1 - 0{,}999995282}$$

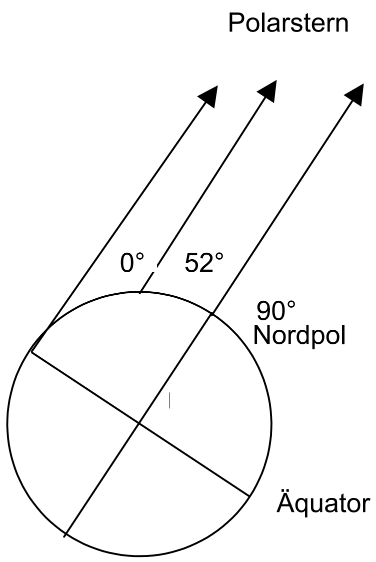
r = 29,99985846 : 0,000004718) = 6358716,488 m ≈ 6358,7 km

Der tatsächliche Polradius (Mittelpunkt –Pol) der Erde beträgt 6356,9 km, der Äquatorradius (Mittelpunkt – Äquator) 6378,4 km.
Das errechnete Ergebnis kommt der Realität verblüffend nahe.
Der Umfang der Kugel ist $U = 2\pi r$
Daraus folgt
U = 2 . 3,14159... · 6358,7 ≈ 39952,9 km
Der tatsächliche Erdumfang misst am Äquator 40076,6 km!

Das scheinbar brillante Ergebnis birgt jedoch eine Reihe von Pferdefüßen. Zunächst wird die Zeitdifferenz wahrscheinlich nicht, wie im Beispiel, 42 Sekunden betragen. Die Refraktion, d.h. die Brechung der Lichtstrahlen in der Atmosphäre hebt entfernte Objekte optisch an. Dies umso mehr, je näher sie dem Horizont stehen. Als wichtiger Merksatz gilt, das die Sonne, wenn sie mit ihrem unteren Rand ins Meer taucht, in Wirklichkeit gerade ganz unter gegangen ist (Refraktion 0,5°, Sonnenscheibendurchmesser 0,5°).

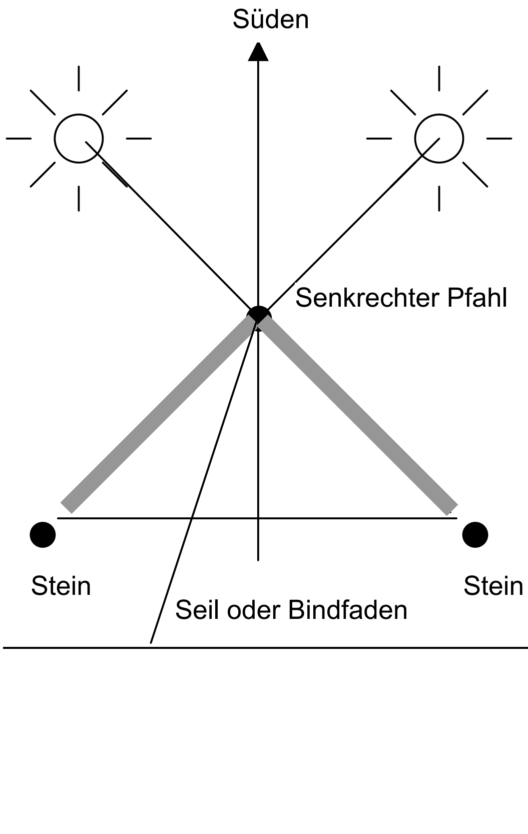
Geographische Positionsbestimmung
Die Erde ist für Geographen, Kartographen und Nautiker mit einem unsichtbaren Netz von Breiten- und Längenkreisen überzogen. Die geographischen Koordinaten eines Ortes sind mit Atlanten, topographischer Karten oder GPS-Empfängers leicht zu ermitteln.
Dennoch ist es reizvoll, die geographische Breite und Länge des Standorts selbst zu ermitteln. Wie präzise das Ergebnis ausfällt, hängt natürlich von der Messgenauigkeit ab. Die ist in unserem Falle bescheiden. Aber selbst wenn unsere selbst gefertigten Geräte nur ungenaue Werte liefern, zeigen sie doch die Methode, die Seefahrer und Landvermesser über Jahrhunderte hinweg benutzt haben.

Geographische Breite
Auf der Nordhalbkugel zeigt die Höhe des Polarsterns über dem Nordhorizont mit einer Genauigkeit von etwa 1° die geographische Breite des Standorts an. In Hannover steht er etwa 52° über dem Horizont, am Nordpol steht er im Zenit (90°), am Äquator versinkt er im Dunst des Horizonts (0°). Der Polarstern „steht“ nahezu ortsfest am Nordhimmel, er beschreibt im Laufe von 24 Stunden nur einen kleinen Kreis der in unserem Rahmen vernachlässigt werden darf.
So kann der Horizontwinkel des Polarsterns mit dem „Sextanten“ oder dem Jakobstab abgelesen bzw. berechnet werden.



Die Mittagshöhe der Sonne wird heute noch mit dem Sextanten ermittelt. Aus ihrem Horizontwinkel lässt sich die Breite des Standorts ermitteln. Das Verfahren ist komplexer als im Falle des Polarsterns, aber beherrschbar:
Zunächst muss sicher gestellt sein, dass wirklich „zu Mittag“ gemessen wird, was nur im Ausnahmefall 12 Uhr bedeutet. Jeder Ort hat seinen, vom Längengrad abhängigen „Mittag“, in Hannover z. B. ist Mittag später als in Berlin, aber früher als in Aachen. Weil der Längengrad erst später ermittelt wird, kann der Zeitpunkt des höchsten Sonnenstandes nicht einfach errechnet werden. Die Sonne kulminiert genau im Süden. Wenn der Schatten eines senkrechten Pfahls nach Norden zeigt ist „Mittag“. Bleibt nur die Frage: Wo ist Süden?

Der „Indische Kreis“ ist eine uralte Methode, die Südrichtung ohne Kompass festzulegen. Dadurch wird der Tag in zwei Hälften geteilt. Benötigt werden nur ein Stab, ein Seil und drei kleine Steine.
Stecken Sie den Stab am Vormittag senkrecht in die Erde. Der Zeitpunkt ist unerheblich, es muss nur lange vor Mittag sein. Knoten Sie das Seil auf Bodenhöhe an den Stab. Legen Sie das Seil auf den Schatten des Stabes. Markieren Sie die Länge des Schattens, mit einem weiteren Knoten im Seil. An das Ende des Schattens legen Sie einen Stein.
Im Laufe des weiteren Vormittags wird der wandernde Schatten immer kürzer und nach Mittag wieder länger. Der Zeitpunkt des kürzesten Schattens (= Mittag) ist leider schwer feststellbar, denn der Schatten bleibt eine ganze Weile lang kurz, vergleichbar mit dem Scheitel einer Sinuskurve. Warten Sie daher so lange, bis der Schatten am Nachmittag genau so lang ist, wie der am Vormittag (Knoten im Seil). Das Ende des Schattens wird mit dem zweiten Stein markiert. Lösen Sie das Seil vom Stab und spannen es zwischen den beiden, auf der Erde liegenden Steinen aus. Halbieren Sie die Länge. Auf die Mitte zwischen den beiden Steinen wird der



dritte Stein gelegt. Die Verbindungsgerade zwischen dem Fußpunkt des Stabes und dem dritten Stein ist die Nord-Süd-Achse am Standort.
Aus der Länge des Schattens der im Süden stehenden Sonne kann ihr mittäglicher Horizontwinkel errechnet werden. Das ist ungefährlicher als das direkte Anpeilen der Sonne mit dem „Sextanten“! Das Terrain rund um den Schattenstab muss horizontal sein (ggf. mit Wasserwaage überprüfen!).
Die Länge des senkrecht stehenden Schattenwerfers und die Länge seines Schattens werden ins Verhältnis gesetzt (Gegenkathete : Ankathete = Tangens des gesuchten Winkels).
Der Horizontwinkel, den die Sonne zum Zeitpunkt ihrer Kulmination erreicht ist (leider) nicht mit der gesuchten geographische Breite identisch: Im (Nord-)Winter steht die Mittagssonne tief, im Sommer hoch, was Ausdruck ihrer sich im Jahresverlauf ändernden Deklination ist. An der Breite des Ortes ändert sich dadurch nichts.
Die Deklination der Sonne beträgt zum Frühlingsanfang (21.3) 0°, d.h. sie steht mittags senkecht über dem Äquator. Am 21.6. erreicht sie +23,5° und kulminiert senkrecht über dem nördlichen Wendekreis. Als Herbstbeginn (23.9.) ist der erneute „Übergang“ über den Äquator (Deklination 0°) definiert. Am 21.12. erreicht die Sonne –23,5° Deklination (südlicher Wendekreis).
Die sich ändernde Deklination lässt sich aus folgender Tabellen ablesen.

Der gemessene Horizontwinkel steht mit der geographischen Breite in folgender Relation:
Geographische Breite φ = 90° - Horizontwinkel + Deklination

1.1.	**5.1**	**10.1**	**15.1.**	**20.1.**	**25.1.**	**1.2.**	**5.2.**	**10.2.**	**15.2.**	**20.2.**	**25.2.**
-23,0	-22,7	-22,0	-21,2	-20,2	-19,1	-17,2	-16,1	-14,5	-12,8	-11,1	-9,3
1.3.	**5.3.**	**10.3.**	**15.3.**	**20.3.**	**25.3.**	**1.4.**	**5.4.**	**10.4.**	**15.4.**	**20.4.**	**25.4.**
-7,8	-6,2	-4,3	-2,3	-0,3	+1,6	+4,4	+5,9	+7,8	+9,6	+11,4	+13,0
1.5.	**5.5.**	**10.5.**	**15.5.**	**20.5.**	**25.5.**	**1.6.**	**5.6.**	**10.6.**	**15.6.**	**20.6.**	**25.6.**
+14,9	+16,1	+17,5	+18,8	+19,9	+20,9	+22,0	+22,5	+23,0	+23,3	+23,4	+23,4
1.7.	**5.7.**	**10.7.**	**15.7.**	**20.7.**	**25.7.**	**1.8.**	**5.8.**	**10.8.**	**15.8.**	**20.8.**	**25.8.**
+23,1	+22,8	+22,3	+21,6	+20,7	+19,8	+18,1	+17,1	+15,7	+14,2	+12,6	+10,9
1.9.	**5.9.**	**10.9.**	**15.9.**	**20.9.**	**25.9.**	**1.10.**	**5.10.**	**10.10.**	**15.10.**	**20.10.**	**25.10.**
+8,4	+7,0	+5,1	+3,2	+1,3	-0,7	-3,0	-4,6	-6,5	-8,3	-10,2	-11,9
1.11.	**5.11.**	**10.11.**	**15.11.**	**20.11.**	**25.11.**	**1.12.**	**5.12.**	**10.12.**	**15.12.**	**20.12.**	**25.12.**
-14,3	-15,5	-17,0	-18,4	-19,6	-20,7	-21,7	-22,3	-22,9	-23,2	-23,4	-23,4

Beispiel:
Ein 1 m hoher vertikaler Stab wirft am 21. Dezember zur Kulminationszeit der Sonne einen 4,51 m langen Schatten.
Der Horizontwinkel ist 1 : 4,51 = tan α = 0,221694663 $\Rightarrow$ α = 12,5°.
Die geographische Breite φ ist 90° - 12,5° + (-23,5°) = 54°

Geographische Länge
Dava Sobels viel gelesenes Buch „Längengrad“ handelt von den Mühen, ein hochseetaugliches Chronometer zu bauen, das überall auf der Welt verlässlich anzeigt, wie spät es in Greenwich ist. Aus der Zeitdifferenz zwischen 12 Uhr GMT (heute UTC = Universal Time Coordinated) und dem Sonnenhöchststand (Kulminationszeit) am Orte lässt sich die geographische Länge bestimmen. Das erste

wirklich präzise Chronometer, das die Greenwich-Zeit gewissermaßen über alle Weltmeere mitnahm, war ein ungeheurer Durchbruch in der Nautik. Bis dahin konnte die geographische Länge nur ungenau über den Kurs und die wahrscheinlich zurückgelegte Strecke geschätzt werden.
Heute reicht eine Armbanduhr mit Sekundenzeiger..

Es gilt: 1 Stunde entspricht 15° Längenunterschied (360° : 24h = 15°),
1 Minute entspricht 15´(Bogenminuten) Längenunterschied
1 Sekunde entspricht 15´´ (Bogensekunden) Längenunterschied

UTC = MEZ – 1 h oder MESZ – 2 h

Achtung: Der Durchgang der Sonne durch den Ortsmeridian (Sonnenhöchststand, d.h. wahrer Mittag) erfolgt je nach Jahreszeit bis zu 14,3 Minuten nach bzw. 16,4 Minuten vor 12:00 Ortszeit. Die durch die elliptische Umlaufbahn der Erde gegebenen genauen Abweichungen (Zeitgleichung) sind nautischen Tabellen zu entnehmen. Die an dieser Stelle abgedruckte Tabelle gibt für unsere Zwecke vielleicht etwas praktischer an, wie viele Minuten vor oder nach 12 Uhr Mittlerer Ortszeit die Sonne ihren Höchststand erreicht.

Kulmination der Sonne vor (-) oder nach (+) 12:00 Mittlerer Ortszeit

1.1.	**5.1**	**10.1**	**15.1.**	**20.1.**	**25.1.**	**1.2.**	**5.2.**	**10.2.**	**15.2.**	**20.2.**	**25.2.**
+3	+5	+7	+9	+11	+12	+14	+14	+14	+14	+14	+13
1.3.	**5.3.**	**10.3.**	**15.3.**	**20.3.**	**25.3.**	**1.4.**	**5.4.**	**10.4.**	**15.4.**	**20.4.**	**25.4.**
+12	+12	+10	+9	+8	+6	+4	+3	+1	0	-1	-2
1.5.	**5.5.**	**10.5.**	**15.5.**	**20.5.**	**25.5.**	**1.6.**	**5.6.**	**10.6.**	**15.6.**	**20.6.**	**25.6.**
-3	-3	-4	-4	-4	-3	-2	-2	-1	0	+1	+3
1.7.	**5.7.**	**10.7.**	**15.7.**	**20.7.**	**25.7.**	**1.8.**	**5.8.**	**10.8.**	**15.8.**	**20.8.**	**25.8.**
+4	+4	+5	+6	+6	+6	+6	+6	+5	+4	+3	+2
1.9.	**5.9.**	**10.9.**	**15.9.**	**20.9.**	**25.9.**	**1.10.**	**5.10.**	**10.10.**	**15.10.**	**20.10.**	**25.10.**
0	-1	-3	-5	-7	-8	-10	-12	-13	-14	-15	-16
1.11.	**5.11.**	**10.11.**	**15.11.**	**20.11.**	**25.11.**	**1.12.**	**5.12.**	**10.12.**	**15.12.**	**20.12.**	**25.12.**
-16	-16	-16	-15	-14	-13	-11	-9	-7	-5	-3	0

Zur Messung sollten zwei Uhren benutzt werden, die im Gegensatz zu frühen Schiffs-chronometern bequem an einem Handgelenk getragen werden können. Die eine zeigt die UTC an. Zum Einstellen nutzen Sie das Zeitzeichen im Radio oder im Fernsehen und ziehen eine bzw. im Sommer zwei Stunden ab. Diese UTC-Uhr dient nur als Referenz. Die zweite Uhr soll genau 12:00 zeigen, wenn die Sonne tatsächlich durch den Nullmeridian geht, hier ist also zusätzlich die Zeitgleichung (siehe Tabelle oben) zu berücksichtigen.

Beispiel:
Am 1. Oktober beträgt die Zeitgleichung –10 Minuten. Die Sonne kulminiert 10 Minuten früher als 12:00 UTC. Sie geht also schon um 11 h 50 min UTC durch den Nullmeridian. Genau um 11 h 50 min soll die zweite Uhr 12:00 anzeigen.
Stellen Sie beide Uhren relativ zur MEZ um 2 Stunden (noch Sommerzeit!) zurück. Die zweite Uhr, das eigentliche „Chronometer“, wird 10 Minuten vorgestellt.
Kontrolle: Um 12 Uhr MEZ muss sie 10 h 10 min anzeigen.

Wenn das „Chronometer“ 12:00 zeigt geht die Sonne durch den Nullmeridian, erreicht also über London (Greenwich) ihren Höchststand.
Nehmen wir an, dort wo wir uns gerade aufhalten kulminiert die Sonne nach dem „Chronometer“ um 11 h 22 min 30 s, also um 37 min 30 s früher als über Greenwich.

Früher als über Greenwich bedeutet, das wir uns östlich des Nullmeridians befinden. Westlich davon kulminiert die Sonne später als 12:00 zeitgleichungsbereinigter UTC.

Einer Zeitdifferenz von -37 min 30 s entspricht

$$\frac{15°}{60\,\text{min}} = \frac{x°}{37{,}5} \Rightarrow x° = \frac{15° \cdot 37{,}5}{60\,\text{min}} = 9{,}375° = 9°\ 22'30''$$

Ergebnis: Wir befinden uns auf 9° 22´ 30´´ östlicher geographischer Länge.

Mit den meisten heute in der Schule gebräuchlichen Taschenrechnern lässt sich die Umwandlung aus dem Grad-Minuten-Sekunden-System (DMS) ins Dezimalsystem (DD) leicht bewältigen.

Beispiel
Zeitdifferenz -37 min 30 s

Eingabe	⇒ 37.30
DMS⇒DD	⇒ 37.5
37.5 : 60 x 15	⇒ 9.375
DD⇒DMS	⇒9°22´30´´00

Eine Bauanleitung für einen Spiegelsextanten ist in Vorbereitung.

Ingo Mennerich, September 2001

Anhang:
- Kopiervorlage für einen 360°-Winkelmesser
- Kopiervorlage für „Arme-Leute-Sextanten“