Schulbiologie zentrum Hannover

Neues aus dem Energiegarten…

Wie kann ich auf der Erde die Temperatur der Sonne messen?

Das geht nur, wenn man weiß wie groß und wie weit die Sonne entfernt ist. Dann braucht man als "Thermometer" nur noch eine Formel und einen Taschenrechner:

Aber woher weiß man eigentlich?

Eine Methode ist, den - seltenen - Vorbeizug der inneren Planeten Merkur und Venus vor der Sonne zu beobachten. Ihre relative Größe in Bezug auf die Erde lässt sich aus ihrer Bahngeschwindigkeit um die Sonne ermitteln.

Aus den beim Merkur- oder Venustransit gewonnenen Vermessungsdaten (Parallaxe) lässt sich auf komplizierte Weise die Entfernung und Größe berechnen. Das wird für die Schule zu schwierig sein.

Deshalb gehen wir bei der "Temperaturmessung" mit dem Taschenrechner von nachschlagbaren Daten aus.

Um berechnen zu können, wie heiß die Sonne ist, muss man heraus finden, wie viel Strahlungsleistung sie abgibt. Das geschieht durch Hochrechnung der auf der Erde gemessenen Strahlung (Solarkonstante) .

Das Bild links wurde beim Venustransit im Juni 2004 im Schulbiologiezentrum aufgenommen.

Wir können kein Thermometer zur Sonne schicken, es dort ablesen oder unbeschädigt wieder auf die Erde zurückholen. Dafür ist sie zu heiß und zu weit weg. Die Bestimmung der Temperatur der Sonnenoberfläche kann aber berechnet werden. Mit dem "Solaren Wattmeter", einem Taschenrechner und der so genannten Stefan-Boltzmann-Gleichung ist das durchaus möglich.
Die einzige Vorrausetzung ist eine gewisse "Angstfreiheit" gegenüber großen Zahlen (Zehner-Potenzen) und dass man weiß, wie man diese mit dem Taschenrechner dividiert und multipliziert. Die in der relativ einfachen Gleichung enthaltene und durch Experimente gefundene Naturkonstante Sigma (σ) müssen wir als gegeben betrachten.
Etwa 1000 W Leistung lässt die Sonne bei senkrechter Einstrahlung auf einen Quadratmeter Erde fallen. Die Entfernung und der Durchmesser der Sonne sind bekannt (z.B. aus der Vermessung des Venustransits), 150 Millionen km bzw. 1392000 km.
Damit lässt sich auch die Oberfläche einer gedachten Kugel berechnen die den Radius der Entfernung Sonne - Erde hat und daraus die gesamte, von der Sonne abgegebene Energie (Leistung $W/m^{-2}{}_{Erde}$ x Kugeloberfläche m^2).
Die Oberfläche der Sonne ergibt sich aus ihrem Durchmesser:
$4 \times \pi \times r^2 = 4 \times 3{,}1416 \times (0{,}696 \times 10^6)^2 = 6{,}087 \times 10^{12}$ km^2 oder $6{,}087 \times 10^{15}$ m^2

Unter der Annahme einer Einstrahlungsleistung von 1 kW/m^2 fallen 1,278 x 10^{14} kW auf die Querschnittsfläche der Erde und auf die gedachte Kugel mit dem Radius Sonne-Erde etwa 2,2 Milliarden Mal so viel, also 2,812 x 10^{23} kW.

> Die gesamte Strahlungsleistung der Sonne von 2,812 × 10^{23} kW heruntergerechnet auf einen Quadratmeter ihrer Oberfläche ergibt: 2,812 × 10^{23} kW / 6,087 x 10^{15} m^2 = 4,6197 x 10^7 W/m^2.
> Das sind 46,2 Megawatt pro Quadratmeter!
> Das wäre die „Solarkonstante" auf der Sonne, berechnet nach der auf der Erde bei senkrechtem Einfall gemessenen Strahlungsleistung von 1000 W/m^2.

Kleiner Exkurs: Wärme und Strahlung
Jeder Körper der wärmer ist als der absolute Nullpunkt (0 Kelvin oder - 273,15°C) sendet elektromagnetische Wärmestrahlung aus. Die Wellenlänge richtet sich nach der Temperatur: Je wärmer der Körper, desto kurzwelliger und energiereicher die abgegebene Strahlung.
Idealerweise ist die absolute Temperatur eines strahlenden Körpers proportional zur vierten Potenz der Strahlungsleistung. Verdoppelt sich die Strahlungsleistung versechszehnfacht sich die Temperatur! Das Verhältnis zwischen Temperatur und Strahlungsleistung sind darüber hinaus durch eine Naturkonstante, die Stefan-Boltzmann-Konstante σ (sigma) miteinander verknüpft. Diese beträgt 5,67 x 10^{-8}.

Aus der Stefan-Boltzmann-Gleichung $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ folgt $T^4 = P / (\sigma \cdot A)$ und $T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma \cdot A}}$

$$T = \sqrt[4]{\frac{\text{Strahlungsleistung der Sonne}}{\text{Stefan} - \text{Boltzmann} - \text{Konstante} \quad \text{x} \quad \text{Oberfläche der Sonne}}}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{2{,}812 \times 10^{23}\ \text{kW}}{5{,}67 \text{ x } 10^{-8} \text{ x } 6{,}087 \text{ x } 10^{15}\ \text{km}^2}} = 5342{,}7\ \text{K}$$

Die Solarkonstante der Sonne ist der bereits ermittelte Quotient aus ihrer Gesamtstrahlungsleistung und der Sonnenoberfläche ($\text{Solarkonstante}_{\text{Sonne}} = P / A$).

Daher kann man vereinfacht rechnen:

T^4 = $\text{Solarkonstante}_{\text{Sonne}}$ Wm^{-2} / (Stefan-Boltzmann-Konstante)

T^4 = 4,6197 x 10^7 Wm^{-2}/ (5,67 x 10^{-8})

T^4 = 8,147619 x 10^{14}

Durch zweimaliges Wurzel ziehen erhalten wir

T = 5342,7 K

Die Kelvinskala ist auf den absoluten Nullpunkt bezogen.

0 K = - 273,15 °C

Die Umrechnung nach T = K + 273,15 ergibt 5342,7 + 273,15 = 5615,9 °C

Mit der wirklichen Solarkonstanten (1,367 kW/m^2) gerechnet:

Tatsächlich ist die Sonnenoberfläche noch etwas heißer:
Der am Erdboden bei senkrechter Einstrahlung gemessene Wert 1000 Watt/m^2 ist das, was nach Streuung und Absorption in der Erdatmosphäre den Erdboden erreicht.
Die tatsächliche Solarkonstante auf der Erde, also die Strahlungsleistung bei senkrechter Einstrahlung außerhalb der Lufthülle ist 1,367 kW/m^2. Damit erhöht sich die Strahlungsleistung der Sonne auf $3{,}846 \times 10^{23}$ kW. Diese heruntergerechnet auf einen Quadratmeter ihrer $6{,}087 \times 10^{15}$ m^2 großen Oberfläche ergibt $6{,}31838 \times 10^7$ W/m^2, also mehr als 63 Megawatt pro Quadratmeter! Das ist die wirkliche „Solarkonstante“ auf der Sonne.

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma \cdot A}}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{\text{Strahlungsleistung der Sonne}}{\text{Stefan} - \text{Boltzmann} - \text{Konstante} \ \ \text{x} \ \ \text{Oberfläche der Sonne}}}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{3{,}846 \times 10^{\,23}\ \text{kW}}{5{,}67 \text{ x } 10^{-8} \ \text{ x } \ 6{,}087 \text{ x } 10^{15}\ \text{km}^2}} \ = \ 5778 \text{ K}$$

Oder vereinfacht mit der Solarkonstante der Sonne gerechnet:

T^4 = $\text{Solarkonstante}_{\text{Sonne}}$ Wm^{-2} / (Stefan-Boltzmann-Konstante)

$T^4 = 6{,}31838 \text{ x } 10^7\ Wm^{-2} / (\ 5{,}67 \text{ x } 10^{-8})$

$T^4 = 1{,}11435334 \text{ x } 10^{15}$

Durch zweimaliges Wurzel ziehen erhalten wir

T = 5777,7 K

Die Umrechnung nach T = K + 273,15 ergibt 5777,7 K + 273,15 = 6050,9 °C

Diese Werte entsprechen den Werten, die man in astronomischen Handbüchern, Lexika und bei Wikipedia nachschlagen kann und die sich auch aus anderen, komplizierteren Berechnungsmethoden ergeben.

Dieser Text ist Teil einer zur Zeit in Entstehung befindlichen Arbeitshilfe

Ingo Mennerich, Schulbiologiezentrum Hannover, Juni 2012